

Versuch IV mit Lösung

Ziel des vierten Versuchs:

Berechnung, Simulation und Messungen an einem Regelkreises aus I-Strecke und P-Regler.

4.1 Berechnung, Simulation und Messung des Frequenzgangs einer I-Strecke

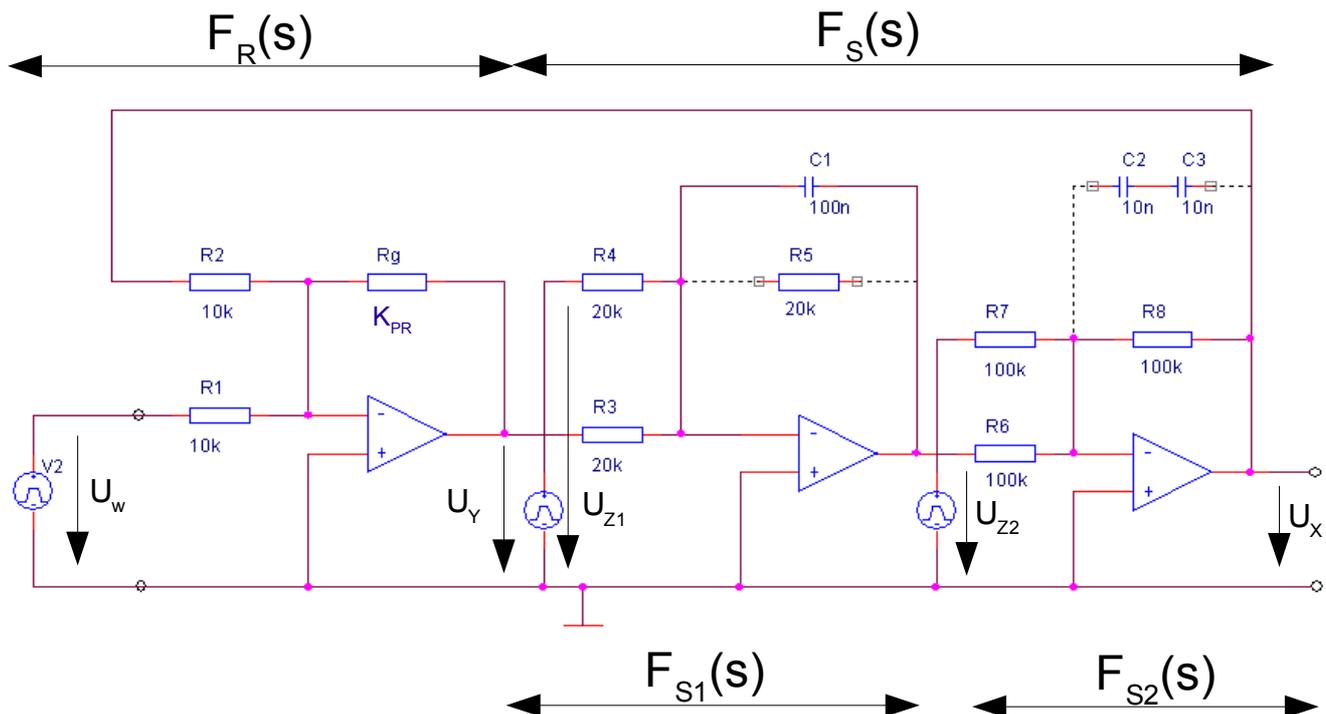


Abbildung 4.1: Regelkreis aus I-Strecke und P-Regler

4.2 Berechnen Sie für den Regelkreis in Abbildung 4.1 die Übertragungsfunktion

der Regelstrecke und die Sprungantwort des Führungsverhaltens für $K_{PR}=2$ und ohne den Widerstand R_5 und die Kondensatoren C_2 und C_3 .

Übertragungsfunktion F_S der Strecke:

T_I = Integrationszeitkonstante

$$F_S = F_{S1} \cdot F_{S2} = \left(-\frac{1}{s \cdot R_3 \cdot C_1} \right) \cdot \left(-\frac{R_8}{R_6} \right) = \frac{1}{s \cdot T_I} ; \frac{R_8}{R_6} = 1 ; T_I = R_3 \cdot C_1 = 2\text{ms}$$

Übertragungsfunktion des F_R des Reglers:

$$F_R(s) = -\frac{R_G}{R_1} = -K_{PR} ; K_{PR} = 2 \quad (\text{gewählt}) \Rightarrow R_G = K_{PR} \cdot R_1 = 20 \text{ k}\Omega$$

Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises:

$$F_o(s) = \left[\frac{U_x(s)}{U_w(s)} \right]_{U_{z=0}} = F_R \cdot F_S = \frac{-K_{PR}}{s \cdot T_I} = -\frac{2}{s \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = -\frac{1}{s \cdot 10^{-3}}$$

Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises (Führungsübertragungsfunktion):

$$F_w(s) = \left[\frac{U_x(s)}{U_w(s)} \right]_{U_{z=0}} = \frac{F_R \cdot F_S}{1 - F_R \cdot F_S} = \frac{-K_{PR} \cdot \left(\frac{1}{s \cdot T_I} \right)}{1 + K_{PR} \cdot \left(\frac{1}{s \cdot T_I} \right)} = \frac{-K_{PR}}{K_{PR} + s T_I} = \frac{-1}{1 + \frac{s T_I}{K_{PR}}} = -\frac{1}{1 + s \cdot 10^{-3}}$$

Sprungantwort des Führungsverhaltens für $K_{PR}=2$:

$$U_{w0} \cdot \sigma(t) \rightsquigarrow U_{w0} \cdot \frac{1}{s}$$

$$U_x(s) = -U_{w0} \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{1 + \frac{s T_I}{K_{PR}}} = -\frac{1}{1 + s \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{U_{w0}}{s}$$

Mit Korrespondenztabelle :

$$\frac{1}{s \cdot (1 + sT)} \overset{s1}{\rightsquigarrow} 1 - e^{-\frac{t}{T}}$$

$$\Rightarrow u_x(t) = -u_{w0} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T_I}} \right)$$

4.2.1 Simulation mit Matlab.

Erzeugen Sie ein m-File welches die Variablen für die Bauteilwerte und die Streckenparameter der Regelstrecke erzeugt.

```
%M-File zum Laborversuch IV
%Bauteilwerte Fs1
R3=20e3
```

$$C1=100e-9$$

%Fs2 (Inverter)

$$R6=100e3$$

$$R8=100e3$$

%P-Regler

$$Rg=20e3$$

$$R1=10e3$$

%zuschaltbare Bauelemente

$$C2=10e-9$$

$$C3=10e-9$$

$$R5=20e3$$

%Streckenparameter aus Bauteilwerten berechnen

%Teilstrecke Fs1

$$Ti=R3*C1$$

$$Fs1=-tf([1],[Ti 0])$$

%Teilstrecke Fs2 (Inverter)

$$Kps=R8/R6$$

$$Fs2=-Kps$$

%P-Regler

$$Kpr=Rg/R1$$

$$Fr=-Kpr$$

% Übertragungsfunktionen

%Gesamtstrecke

$$Fs=Fs1*Fs2$$

%Gesamtübertragungsfunktion

```
%nicht rückgekoppeltes System
```

$$F_o = F_r * F_s$$

```
%rückgekoppeltes System
```

$$F_g = -F_o / (1 - F_o)$$

Code5: Kommentargerüst für das m-File

4.2.2 Stellen Sie nun mit Hilfe von Matlab

die Amplitudenkennlinie, Phasenkennlinie, Ortskurve des Frequenzganges, den Pol- und Nullstellenplan der Regelstrecke und des geschlossenen Regelkreises dar.

Hinweis: bode() ; nyquist() ; pzmap()

Subplot (1,2,1)	%Plazierung des Bodediagramms
bode(Fo)	%Bodediagramm
subplot (2,2,2)	
nyquist(Fo)	%Ortskurve des Frequenzgangs
subplot (2,2,4)	
pzmap(Fo)	%Polnullstellenplan

Befehlsfolge für die Regelstrecke mit I-Verhalten (offener Regelkreis)

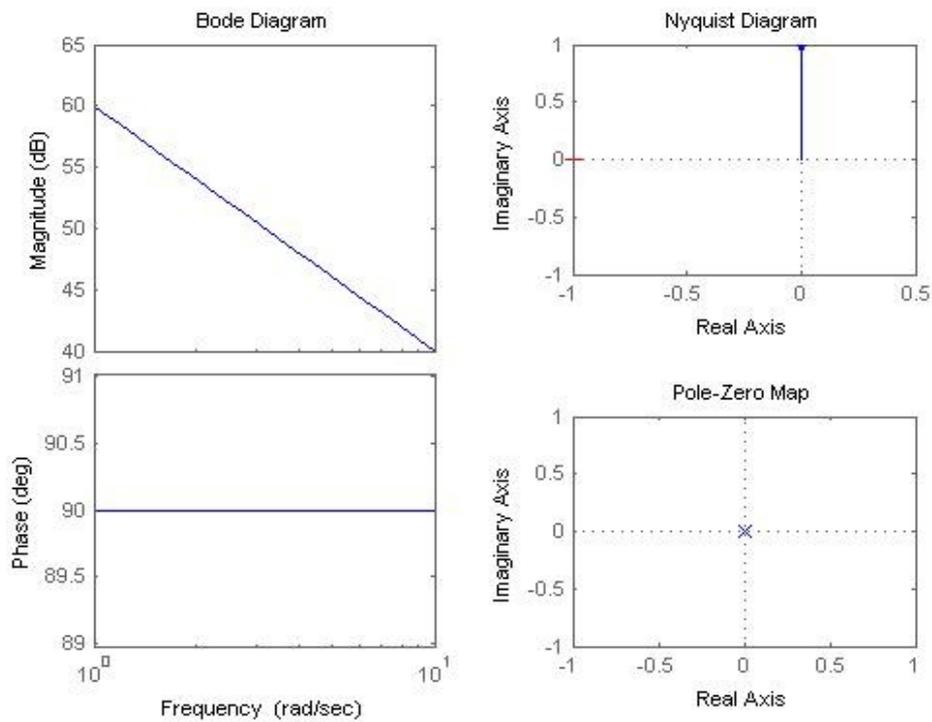


Abbildung 4.1.3a: Regelstrecke mit I-Verhalten (offener Regelkreis)

Subplot (1,2,1)	% Platzierung des Bodediagramms
bode(Fg)	% Bodediagramm
subplot (2,2,2)	
nyquist(Fg)	% Ortskurve des Frequenzgangs
subplot (2,2,4)	
pzmap(Fg)	% Pol- Nullstellenplan

Befehlsfolge für den geschlossenen Regelkreis

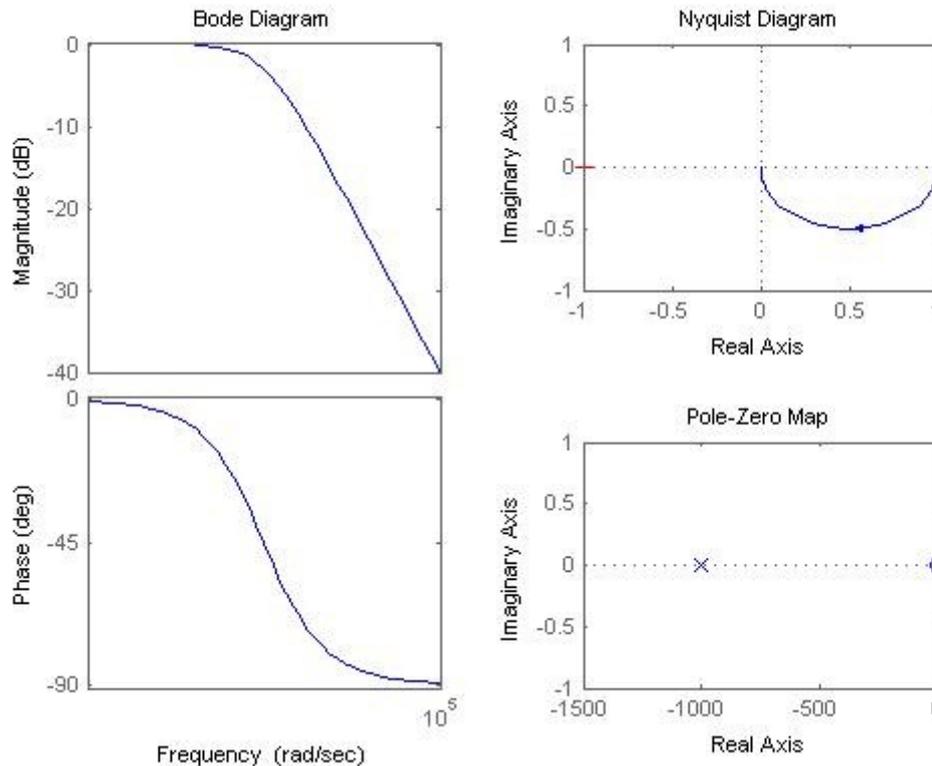


Abbildung 4.1.3b: Regelkreis mit I-Strecke und P-Regler (PT1-Verhalten)

4.2.3 Stellen Sie mit Hilfe von Matlab

die Sprungantwort und die Impulsantwort des offenen und des geschlossenen Regelkreises dar.

```

Subplot(221)           % oberes linkes Fenster
step(Fo)               % Sprungantwort des nicht
                      % rückgekoppelten Systems
subplot(222)           %oberes rechtes Fenster
impulse(Fo)            % Impulsantwort des nicht
                      % rückgekoppelten Systems
subplot(223)           % unteres linkes Fenster
step(Fg)               % Sprungantwort des
                      % rückgekoppelten Systems
subplot(224)           % unteres rechtes Fenster

```

```
impulse(Fg)
```

```
% Impulsantwort des  
% rückgekoppelten Systems
```

Befehlsfolge um die Sprungantwort und die Impulsantwort darzustellen

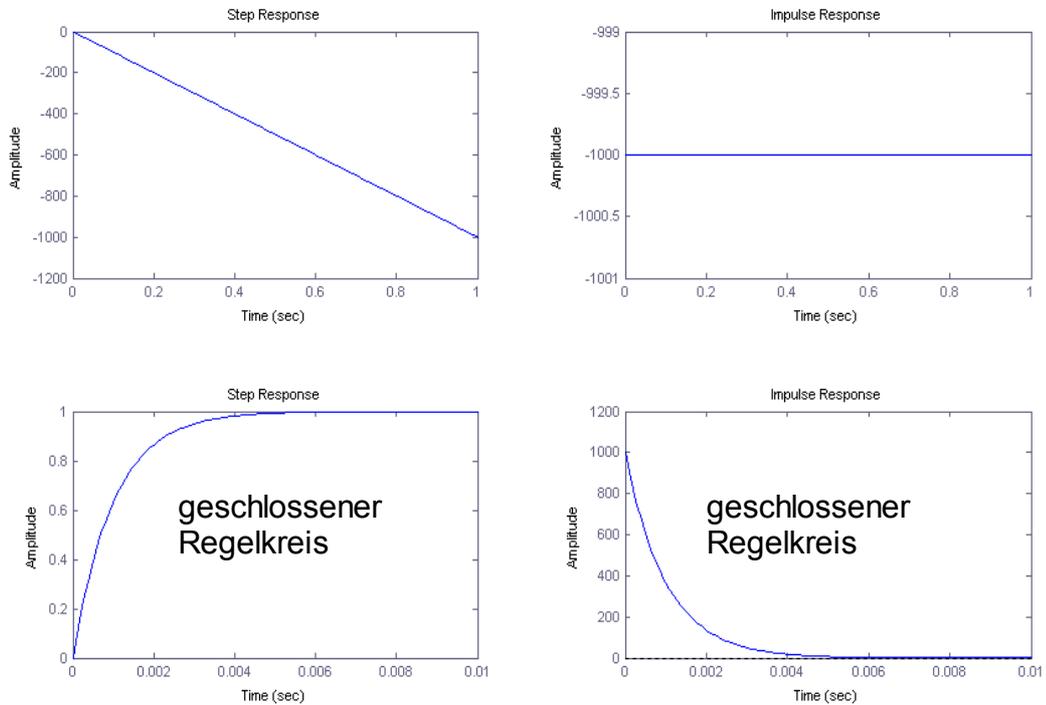


Abbildung 4.1.4a: Sprung- und Impulsantwort

4.2.4 Messen Sie unter Vermeidung der Übersteuerung des P-Reglers

die Sprungantwort des Führungsverhaltens und vergleichen Sie Rechnung, Simulation und Messung.

4.2.5 Ändern Sie die I-Strecke durch Einfügen des gestrichelt eingezeichneten

Widerstandes R_5 in eine PT1-Strecke (Messung oder Simulation). Vergleichen Sie die Sprungantwort des Führungsverhaltens der geänderten Strecke (jetzt PT1) mit der Sprungantwort der I-Strecke., insbesondere für $t \rightarrow \infty$.

P-Regler:

$$F_R(s) = -K_{PR} ; K_{PR} = \frac{R_g}{R_1}$$

Strecke:

$$F_{SI}(s) = - \frac{\left(\frac{R_5}{sC_1} \right)}{R_5 + \frac{1}{sC_1}} = - \frac{R_5}{1 + sC_1R_5} = - \frac{R_5}{R_3} \cdot \frac{1}{1 + sT_1} \quad K_{PSI} = \frac{R_5}{R_3} = 1 ; T_1 = C_1 \cdot R_5$$

$$F_{S2}(s) = -K_{PS2} ; K_{PS2} = \frac{R_8}{R_6} = 1 ; \text{Inverter}$$

$$F_S(s) = F_{SI}(s) \cdot F_{S2}(s) = -K_{PSI} \cdot K_{PS2} \cdot \frac{1}{1 + sT_1} = \frac{1}{1 + sT_1}$$

offener Regelkreis:

$$F_o = F_R(s) \cdot F_S(s) = -K_{PR} \cdot \frac{1}{1 + sT_1}$$

% neues m-File für geänderte Strecke

%geändert in PT1-Strecke

%Bauteilwerte Fs1

R3=20e3

C1=100e-9

%Fs2 (Inverter)

R6=100e3

R8=100e3

```
%P-Regler
Rg=20e3
R1=10e3

%zuschaltbare Bauelemente
C2=10e-9
C3=10e-9
R5=20e3

%Streckenparameter aus Bauteilwerten berechnen
%Teilstrecke Fs1 (verändert)
T1=R5*C1
Kps1=R5/R3
Fs1=-Kps1*tf([1],[T1 1])

%Teilstrecke Fs2 (Inverter )
Kps2=R8/R6
Fs2=-Kps2

%P-Regler identisch
Kpr=Rg/R1
Fr=-Kpr

%Fs2 Inverter identisch
Kps1=R8/R6
Fs2=-Kps1

%umgewandelte Gesamtübertragungsfunktion
Fo= Fr* Fs1 *Fs2

%negativ rückgekoppeltes System
Fg=-Fo/(1-Fo)
```

Code6: Kommentargerüste für das neue veränderte m-File

step(Fg)

% Sprungantwort PT1

Befehlsfolge um die Sprungantwort des PT1- und des I-Systems

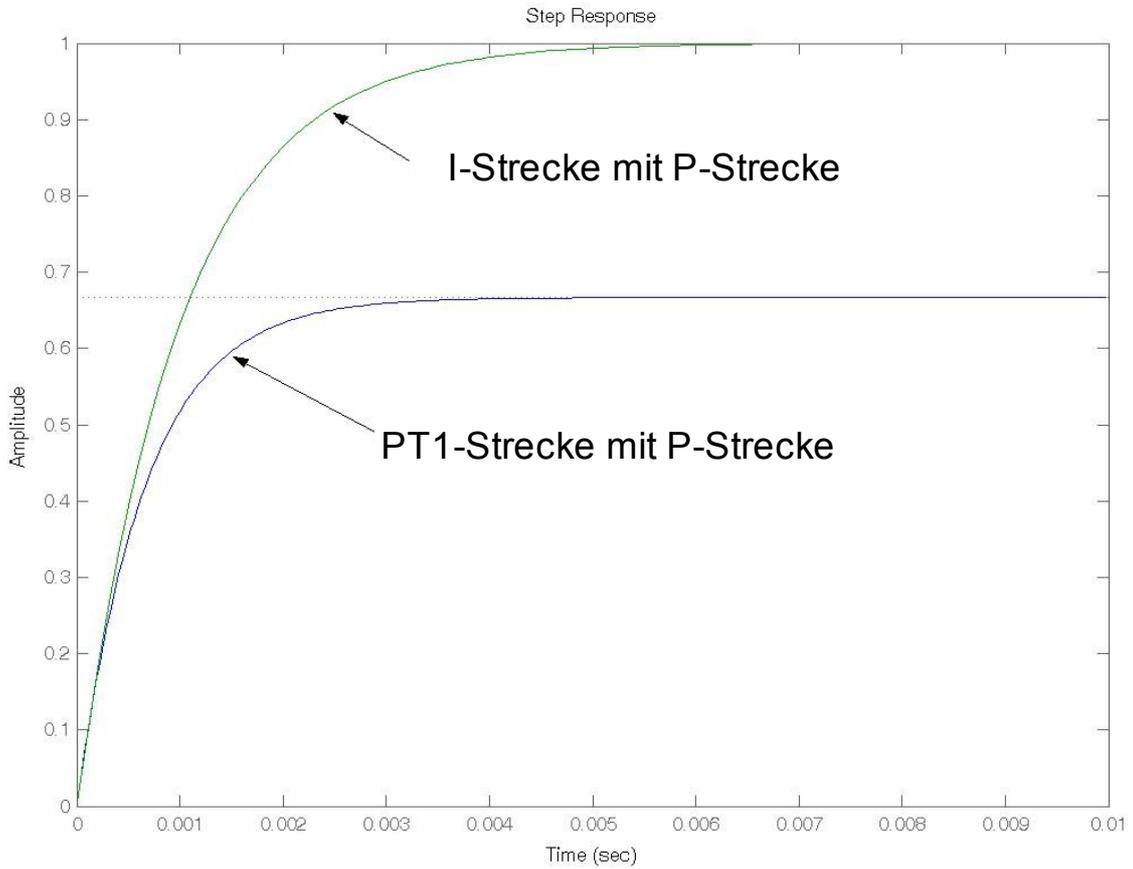


Abbildung 4.1.6a: Sprungantwort der PT1- bzw. I-Strecke mit P-Regler

4.2.6 Berechnen Sie nun die Sprungantworten des Störverhaltens

für die sprungförmigen Störfunktionen u_{z1} bzw. u_{z2} . Die Strecke ist dabei als I-Strecke zu schalten mit $K_{PR}=2$. Vergleichen dann Ihre Ergebnisse.

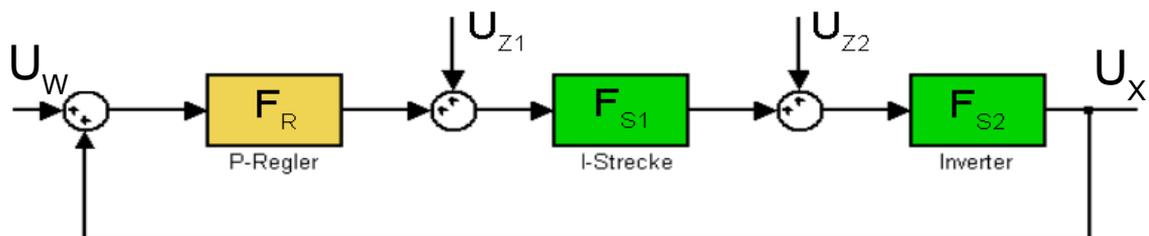


Abbildung 4.1.7a: Signalflussplan I-Strecke und P-Regler

Berechnung der Störprungantwort u_{z1}

$$\text{es gilt: } U_w(s)=0; U_{z2}(s)=0$$

Ansatz aus Signalflussplan:

$$(F_R \cdot U_x + U_{z1}) \cdot F_{S1} \cdot F_{S2} = U_x \Leftrightarrow U_x = U_x \cdot F_R \cdot F_{S1} \cdot F_{S2} + U_{z1} \cdot F_{S1} \cdot F_{S2}$$

$$U_x = \frac{F_{S1} \cdot F_{S2}}{1 - F_R \cdot F_{S1} \cdot F_{S2}} \cdot U_{z1} \Leftrightarrow F_{Z1} = \frac{U_x}{U_{z1}} = \frac{F_{S1} \cdot F_{S2}}{1 - F_R \cdot F_{S1} \cdot F_{S2}}$$

Einsetzen :

$$F_{Z1}(s) = \frac{F_S}{1 - F_R \cdot F_S} = \frac{\left[-\frac{1}{sT_I} \right]}{1 - \left((-K_{PR}) \cdot \left[-\frac{1}{sT_I} \right] \right)} = \frac{\frac{1}{sT_I}}{1 + \left(K_{PR} \cdot \frac{1}{sT_I} \right)} =$$

$$F_{Z1}(s) = \frac{1}{K_{PR}} \cdot \frac{1}{1 + s \frac{T_I}{K_{PR}}} \quad \text{mit} \quad T_I = R_3 \cdot C_1 = 2 \cdot \text{ms} \quad \text{und} \quad K_{PR} = 2$$

$$F_{Z1}(s) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 + s \frac{2 \cdot 10^{-3}}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot 10^{-3}}$$

$$F_{Z1}(s) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot 0,001}$$

$u_{z10} = 5V$ Störungssprung auf F_{Z1} :

$$U_x(s) = U_{z10} \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot 0,001}$$

Mit Korrespondenztabelle aus Skript „Regelungstechnik 1“ Seite 5-8 Nr.:51 gilt:

$$U_x(s) = \frac{U_{z10}}{2} \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot 0,001} \Leftrightarrow u_x(t) = 0,5 \cdot u_{z10} \cdot \left(1 - e^{-\frac{1}{10^{-3}} t} \right) = 2,5V \cdot \left(1 - e^{-1000 \cdot t} \right)$$

Berechnung der Störprungantwort u_{z2}

$$\text{es gilt: } U_w(s)=0; U_{z1}(s)=0$$

Ansatz aus Signalflussplan:

$$(U_x \cdot F_R \cdot F_{SI} + u_{z2}) \cdot F_{S2} = U_x \Leftrightarrow U_x = U_x \cdot F_R \cdot F_{SI} \cdot F_{S2} + U_{z2} \cdot F_{S2}$$

$$U_x = \frac{F_{S2}}{1 - F_R \cdot F_{SI} \cdot F_{S2}} \cdot U_{z2} \Leftrightarrow F_{z2} = \frac{U_x}{U_{z2}} = \frac{F_{S2}}{1 - F_R \cdot F_{SI} \cdot F_{S2}}$$

Einsetzen :

$$F_{z2}(s) = \frac{F_{S2}}{1 - F_R \cdot F_{SI} \cdot F_{S2}} = \frac{-1}{1 - \left([-K_{PR}] \cdot \left[-\frac{1}{sT_{IS}} \right] \cdot [-1] \right)} = \frac{-1}{1 + \frac{K_{PR}}{sT_1}} = \frac{-sT_{IS}}{sT_{IS} + K_{PR}} = -\frac{1}{K_{PR}} \cdot \frac{s \cdot T_{IS}}{1 + \frac{T_{IS}}{K_{PR}}}$$

mit $T_{IS} = R_3 \cdot C_1 = 20 \text{ k}\Omega \cdot 100 \text{ nF} = 2 \text{ ms}$; $K_{PR} = 2$; $s = j\omega$ und $\omega = 1 [s^{-1}]$

$$F_{z2}(s) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{s \cdot 2 \text{ ms}}{1 + \frac{s \cdot 2 \text{ ms}}{2}} = -\frac{s \cdot 10^{-3}}{1 + s \cdot 10^{-3}} = -\frac{s}{s + 1000}$$

$u_{z20} = 5 \text{ V}$ Störungssprung auf F_{z2} :

$$U_x(s) = U_{z20} \cdot \frac{1}{s} \cdot \left(-\frac{s}{s + 1000} \right) = -U_{z20} \cdot \frac{1}{s + 1000}$$

Mit Korrespondenztabelle gilt:

$$U_x(s) = -U_{z20} \cdot \frac{1}{s + 1000} \xrightarrow{17} u_x(t) = -u_{z20} \cdot e^{-1000 \cdot t} = -5 \text{ V} \cdot e^{-1000 \cdot t}$$

4.2.7 Simulieren Sie mit Simulink (Blockschaltbild) oder messen

Sie die Sprungantworten des Störverhaltens für eine sprungförmige Änderung der Spannungen u_{z1} von 0V auf 5V und u_{z2} . (0V, 5V).

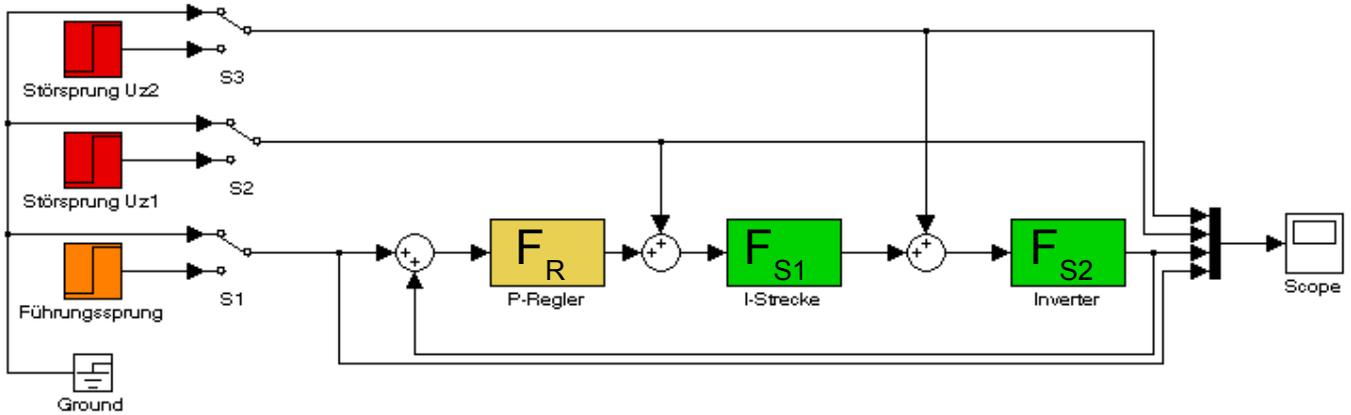


Abbildung 4.1.8a: Simulinkmodell des Regelkreises

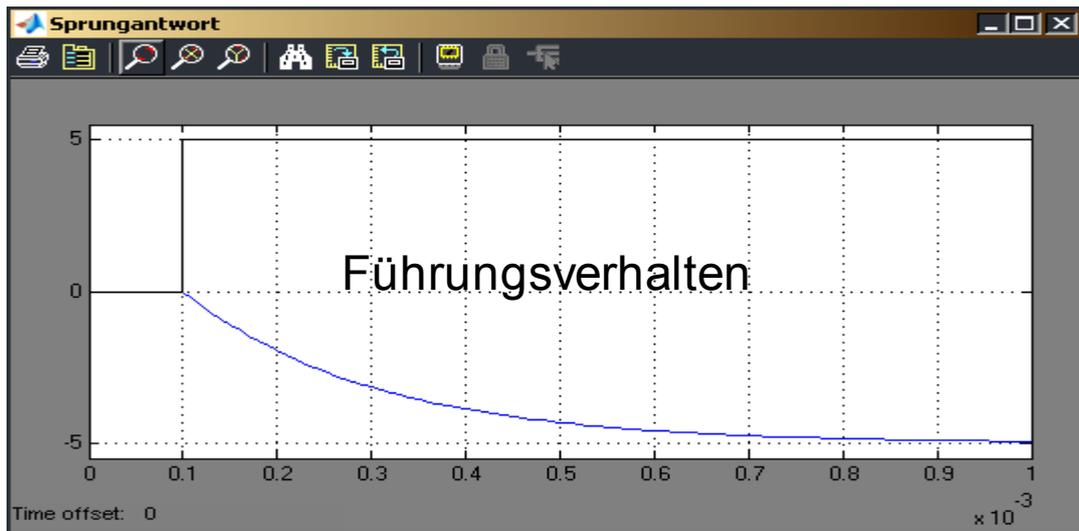
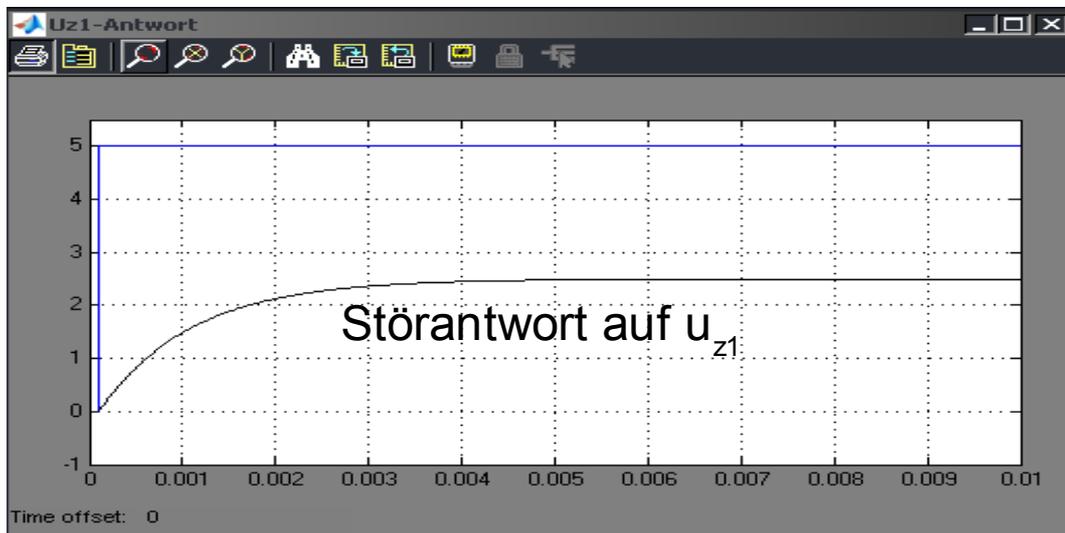


Abbildung 4.1.8b



bbildung 4.1.8c

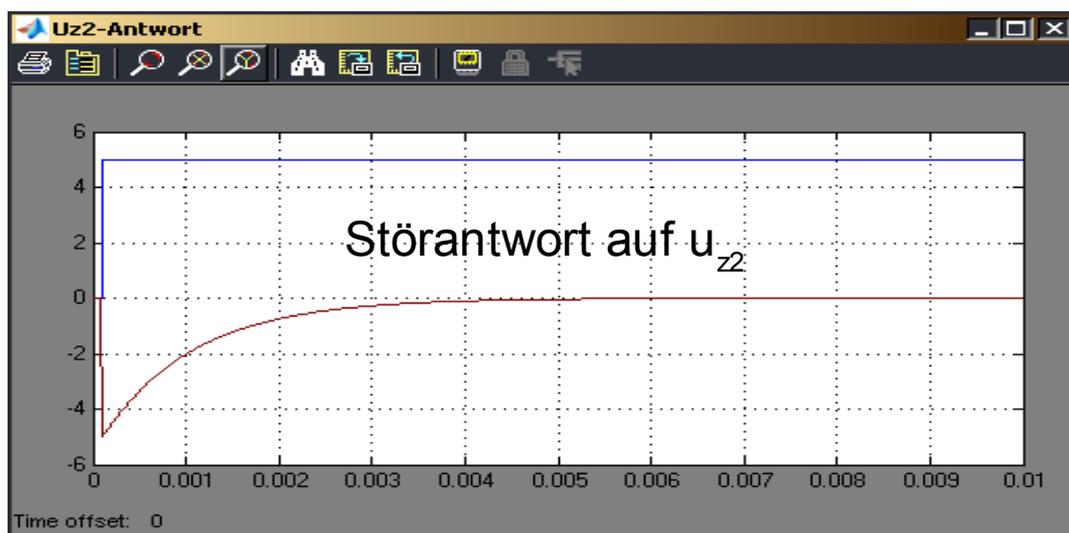


Abbildung 4.1.8d

4.2.8 Erkennen Sie bezüglich der beiden Störorte grundsätzliche Unterschiede

des Störverhaltens insbesondere für $t=0$ und $t \rightarrow \infty$.

Störort	Übertragungsfunktionen der Störungen	$t = 0$	$t \rightarrow \infty$
U_{z1}	$u_X(t) = 2,5 V \cdot (1 - e^{-1000t})$	$u_X(0) = 0$	$u_X(\infty) = 2,5 V$
U_{z2}	$u_X(t) = -5 V \cdot (e^{-1000t})$	$u_X(0) = -5 V$	$u_X(\infty) = 0$

4.3 Die Regelstrecke des in Abbildung 4.1 dargestellten Regelkreises

wird nun durch Weglassen des gestrichelt eingezeichneten Widerstandes und durch Einfügen der gestrichelt gezeichneten Kondensatoren in eine I-Strecke mit Verzögerung erster Ordnung (**IT₁-Strecke**) umgewandelt.

4.3.1 Berechnen Sie die Übertragungsfunktion dieser Regelstrecke

und geben Sie die Werte für die Integrationszeitkonstante T_{IS} und die Verzögerungskonstante T_S an.

Übertragungsfunktionsfunktion:

Strecke:

$$F_{S2} = - \frac{R_8 \cdot \frac{1}{s C_{23}}}{R_8 + \frac{1}{s C_{23}}} = - \frac{R_8}{1 + R_8 \cdot s C_{23}} = - \frac{R_8}{R_6 \cdot (1 + s \cdot C_{23} \cdot R_8)} \quad C_{23} = \frac{C_2 \cdot C_3}{C_2 + C_3} = 5 \text{ nF}$$

$$F_{S2} = - \frac{R_8}{R_6 \cdot (1 + s \cdot T_S)} = - \underbrace{\frac{R_8}{R_6}}_{\tilde{K}_{ps}=1} \cdot \left(\frac{1}{1 + s \cdot T_S} \right) = - \frac{1}{1 + T_S s} \quad ; \text{PT}_1\text{-Glieder}$$

$$T_S = R_8 \cdot C_{23} = 100 \text{ k} \Omega \cdot 5 \text{ nF} = 0,5 \text{ [ms]}$$

$$F_{SI} = - \frac{1}{s \cdot R_3 \cdot C_1} = - \frac{1}{s \cdot T_{IS}} \quad ; \text{I-Glieder}$$

$$F_{SIT} = F_{SI} \cdot F_{ST} = \left[-\frac{1}{s \cdot T_{IS}} \right] \cdot \left[-\frac{1}{1 + T_S s} \right] = \frac{1}{s \cdot T_{IS}} \cdot \frac{1}{1 + T_S s} ; IT_1\text{-Verhalten}$$

Regler:

$$F_R = \left(-\frac{R_G}{R_1} \right) = -K_{PR}$$

gesamte Übertragungsfunktion:

$$F_W(s) = \left[\frac{U_x(s)}{U_w(s)} \right]_{U_x=0} = \frac{F_R \cdot F_{SIT}}{1 - F_R \cdot F_{SIT}} = \frac{K_{PR} \cdot \frac{1}{s \cdot T_{IS}} \cdot \frac{1}{1 + T_S s}}{1 - \left(K_{PR} \cdot \frac{1}{s \cdot T_{IS}} \cdot \frac{1}{1 + T_S s} \right)} = \frac{-K_{PR}}{K_{PR} + s \cdot T_{IS} \cdot (1 + T_S s)}$$

$$F_W(s) = \frac{-K_{PR}}{K_{PR} + s \cdot T_{IS} + s^2 \cdot T_S \cdot T_{IS}} = \frac{-K_{PR}}{K_{PR}} \cdot \frac{1}{1 + s \frac{T_{IS}}{K_{PR}} + s^2 \frac{T_S \cdot T_{IS}}{K_{PR}}} =$$

$$F_W(s) = -\frac{1}{1 + s \frac{T_{IS}}{K_{PR}} + s^2 \frac{T_S \cdot T_{IS}}{K_{PR}}}$$

Verzögerungskonstante T_s : $T_s = R_8 \cdot C_{23} = 100 \text{ k} \Omega \cdot 5 \text{ nF} = 0,5 [\text{ms}]$

Integrationszeitkonstante T_{IS} : $T_{IS} = R_3 \cdot C_1 = 2 [\text{ms}]$

4.3.2 Berechnen Sie für den Regelkreis aus Aufgabe 4.2

den Proportionalbeiwert K_{PR} des P-Reglers für den Fall, dass die Sprungantwort des Führungsverhaltens nach dem aperiodischen Grenzfall verläuft.

Vergleich mit der allgemeinen Übertragungsfunktion:

Für den aperiodischen Grenzfall gilt: $D=1$

$$\underbrace{1 + s2DT_0 + s^2 T_0^2}_{\text{Nenner der allgemeinen Übertragungsfunktion}} \Leftrightarrow \underbrace{1 + s \frac{T_{IS}}{K_{PR}} + s^2 \frac{T_S \cdot T_{IS}}{K_{PR}}}_{\text{Nenner dieser PIT}_1 \text{ Übertragungsfunktion}}$$

$$2T_0 = \frac{T_{IS}}{K_{PR}} \quad \text{und} \quad T_0^2 = \frac{T_S \cdot T_{IS}}{K_{PR}}$$

$$\frac{T_{IS}^2}{4 \cdot K_{PR}^2} = \frac{T_S \cdot T_{IS}}{K_{PR}} \Leftrightarrow \frac{T_{IS}}{4 \cdot K_{PR}} = \frac{T_S}{1} \Leftrightarrow K_{PR} = \frac{T_{IS}}{4 \cdot T_S} \text{ einsetzen}$$

$$K_{PR} = \frac{2\text{ms}}{4 \cdot 0,5\text{ms}} = 1$$

4.3.3 Simulieren Sie mit der vorstehend ermittelten Reglereinstellung

die Sprungantwort des Führungsverhaltens.

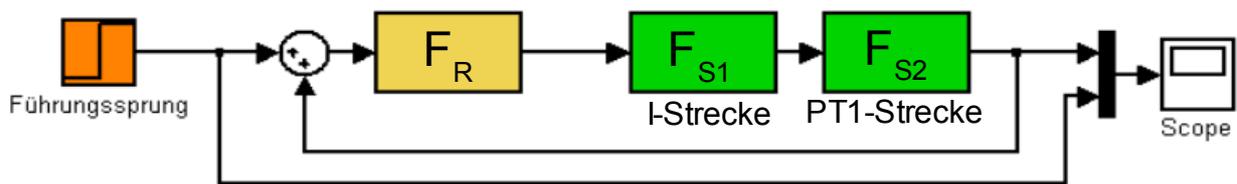


Abbildung 4.2.3a: Regelkreis aus IT₁-Strecke und P-Regler (PT₂-Verhalten)

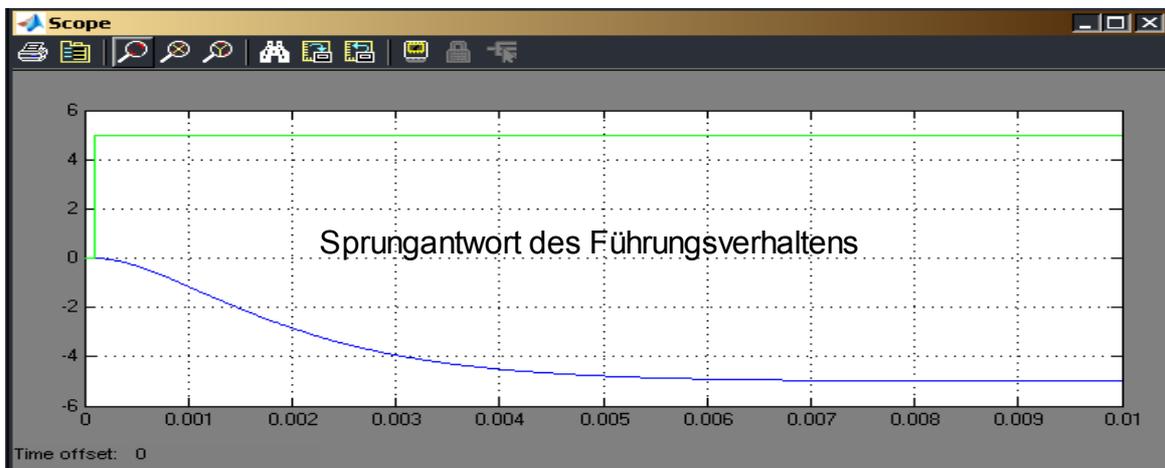


Abbildung 4.2.3b

4.3.4 Vergleich IT₁-Strecke und P-Regler mit PT₂-Strecke und P-Regler

Ändern Sie die IT₁-Strecke durch Einfügen des gestrichelt eingezeichneten Widerstandes in eine PT₂-Strecke und wählen Sie die in Versuch 2.3.2 für den aperiodischen Fall ermittelte Reglereinstellung. Simulieren Sie die Sprungantwort des Führungsverhaltens und vergleichen Sie diese mit der vorher in Aufgabe 4.2.3 simulierten PIT₁-Strecke. Beachten Sie dabei besonders $t \rightarrow \infty$.

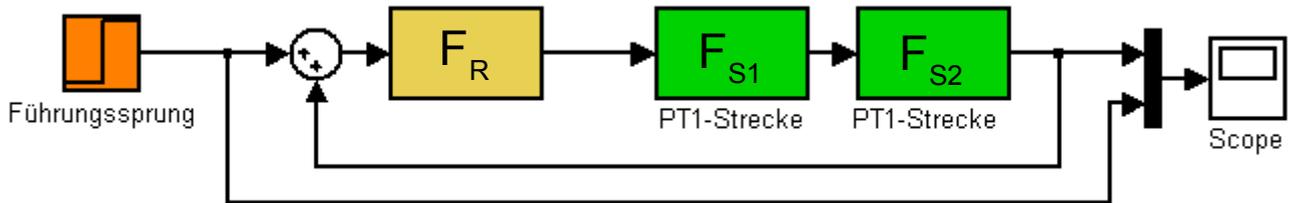


Abbildung 4.2.4a: IT₁-Strecke mit P-Regler in PT₂-Strecke aus Versuch 2 umgewandelt.

Werte aus Versuch 2:

$$F_R(s) = -\frac{9}{16}$$

$$F_{S1}(s) = -\frac{1}{2 \cdot 10^{-3} s + 1}$$

$$F_{S2}(s) = -\frac{1}{0.5 \cdot 10^{-3} s + 1}$$

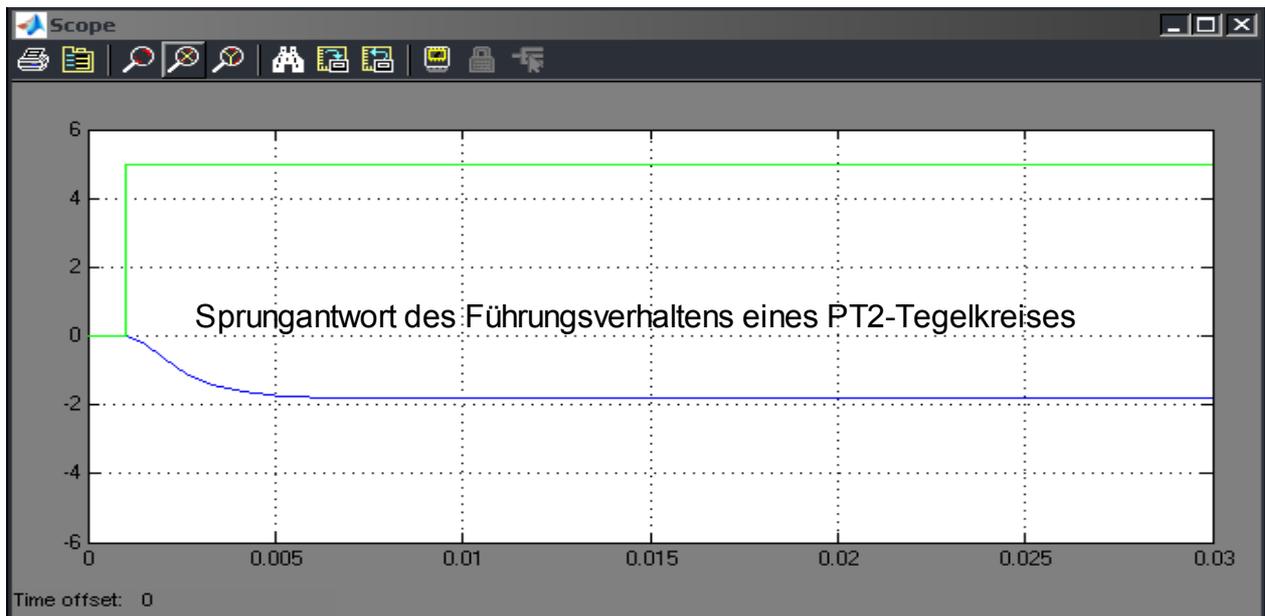


Abbildung 4.2.4b:

Sprungantwort des Führungsverhaltens $u(t) = 5 \cdot \sigma(t)$ [V]	$t \rightarrow \infty$
IT ₁ -Regelkreises	-5 [V]
PT ₂ -Regelkreises	-1,79 [V]

4.3.5 Störverhalten

Berechnen Sie das Störverhalten für den Regelkreis aus IT₁-Strecke und P-Regler. Benutzen Sie dabei die K_{PR}-Einstellung des aperiodischen Grenzfalls der Sprungantwort des Führungsverhaltens die Störverhalten bei sprungförmigen Änderungen der Spannungen u_{Z1} bzw. u_{Z2}.

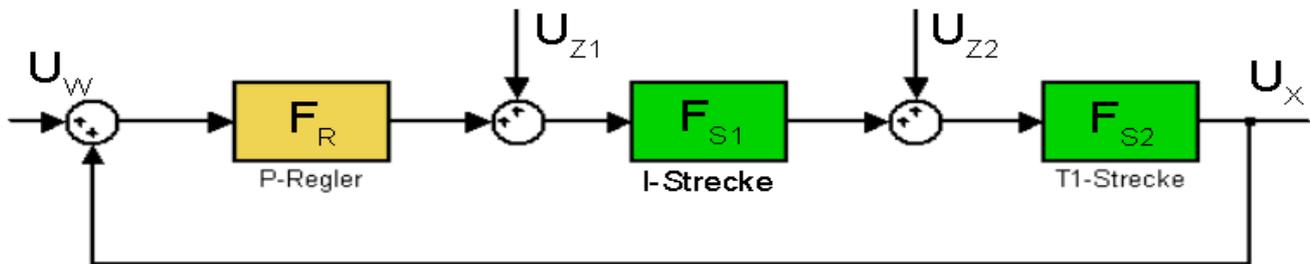


Abbildung 4.2.5a: Signalflussplan der IT1-Strecke mit P-Regler

$K_{PR}=1$ aus aperiodischen Grenzfall

Berechnung der ersten Störsprungantwort für $u_{Z1}(t)$

es gilt: $U_W(s)=0$; $U_{Z2}(s)=0$

Ansatz aus Signalflussplan:

$$(F_R \cdot U_x + U_{Z1}) \cdot F_{S1} \cdot F_{S2} = U_x \Leftrightarrow U_x = U_x \cdot F_R \cdot F_{S1} \cdot F_{S2} + U_{Z1} \cdot F_{S1} \cdot F_{S2}$$

$$U_x = \frac{F_{S1} \cdot F_{S2}}{1 - F_R \cdot F_{S1} \cdot F_{S2}} \cdot U_{Z1} \Leftrightarrow F_{Z1} = \frac{U_x}{U_{Z1}} = \frac{F_{S1} \cdot F_{S2}}{1 - F_R \cdot F_{S1} \cdot F_{S2}}$$

Einsetzen :

$$F_{Z1}(s) = \frac{\left[-\frac{1}{sT_I} \right] \cdot \left[-\frac{1}{1+T_S s} \right]}{1 - \left([-1] \cdot \left[-\frac{1}{sT_I} \right] \cdot \left[-\frac{1}{1+T_S s} \right] \right)} = \frac{\frac{1}{sT_1 + s^2 \cdot T_I \cdot T_S}}{1 + 1 \cdot \frac{1}{sT_1 + s^2 \cdot T_I \cdot T_S}} = \frac{1}{1 + sT_1 + s^2 \cdot T_I \cdot T_S}$$

mit $T_I = R_3 \cdot C_1 = 2 \cdot ms$ und $T_S = R_8 \cdot C_{23} = 100k \Omega \cdot 5nF = 0,5 ms$ (Zeitkonstante der PT1-Strecke)

$$F_{Z1}(s) = \frac{1}{1 + 0,002 \cdot s + 1 \cdot 10^{-6} \cdot s^2} = \frac{1}{(1 + s \cdot 0,001)^2}$$

$u_{Z10} = 5 V$ Störungssprung auf F_{Z1} :

$$U_X(s) = U_{Z10} \cdot \frac{1}{s} \cdot F_{Z1}(s) = U_{Z10} \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{(1 + s \cdot 0,001)^2}$$

Mit Korrespondenztabelle :

$$U_X(s) = U_{Z10} \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{(1 + s \cdot 0,001)^2} \stackrel{59}{\Leftrightarrow} u_X(t) = U_{Z10} \cdot \left[1 - \left(1 + \frac{t}{10^{-6}} \right) \cdot e^{-\frac{t}{10^{-6}}} \right] = 5V - 5V \cdot e^{-10^6 \cdot t} (1 + 10^6 \cdot t)$$

Berechnung der Störprungantwort für $u_{z2}(t)$

$$\text{es gilt: } U_w(s) = 0; U_{Z1}(s) = 0$$

Ansatz aus Signalfussplan:

$$(U_x \cdot K_{PR} \cdot F_{S1} + U_{z2}) \cdot F_{s2} = U_x \Leftrightarrow U_x = U_x \cdot K_{PR} \cdot F_{S1} \cdot F_{S2} + U_{z2} \cdot F_{S2}$$

$$U_x = U_{z2} \cdot \frac{F_{S2}}{1 - K_{PR} \cdot F_{S1} \cdot F_{S2}} \Leftrightarrow \frac{U_x}{U_{z2}} = F_{z2} = \frac{F_{S2}}{1 - K_{PR} \cdot F_{S1} \cdot F_{S2}}$$

Einsetzen :

$$F_{z2}(s) = \frac{-\frac{1}{1 + s \cdot T_s}}{1 - \left([-1] \cdot \left[-\frac{1}{s \cdot T_I} \right] \cdot \left[-\frac{1}{1 + s \cdot T_s} \right] \right)} = \frac{-\frac{1}{1 + s \cdot T_s}}{1 + \left[\frac{1}{s \cdot T_I} \right] \cdot \left[\frac{1}{1 + s \cdot T_s} \right]} =$$

$$F_{z2} = \frac{-s \cdot T_I}{s \cdot T_I \cdot (1 + s \cdot T_s) + 1} = \frac{-T_I \cdot s}{1 + s T_I + s^2 \cdot T_I \cdot T_s} \quad \text{mit } T_I = 4T_s = 2 \text{ [ms]}$$

$$F_{z2}(s) = \frac{-4 \cdot T_s \cdot s}{1 + s \cdot 4 \cdot T_s + s^2 \cdot 4 \cdot T_s \cdot T_s} = \frac{-4T_s \cdot s}{(1 + s \cdot 2T_s)^2}$$

$U_{z2} = 5V$ Störungssprung auf F_{z2} : $T_s = 0,5 \text{ [ms]}$

$$U_X(s) = U_{z20} \cdot \frac{1}{s} \cdot F_{z2} = U_{z20} \cdot \frac{1}{s} \cdot \left[\frac{-4T_s \cdot s}{(1 + s \cdot 2T_s)^2} \right] = -U_{z20} \cdot 4T_s \cdot \frac{1}{(1 + s \cdot 2T_s)^2}$$

Mit Korrespondenztabelle gilt:

$$U_X(s) = -U_{z20} \cdot 4T_s \cdot \frac{1}{(1 + s \cdot 2T_s)^2} \stackrel{56}{\Leftrightarrow} u_X(t) = -U_{z20} \cdot 4T_s \cdot \frac{t}{10^{-6}} \cdot e^{-\frac{t}{10^{-3}}} = -100V \cdot t \cdot e^{-1000 \cdot t}$$

4.3.6 Simulieren Sie die Sprungantworten des Störverhaltens

und prüfen Sie ob Rechnung und Simulation (eventuell Messung) insbesondere in der näheren Umgebung von $t = +0$ und im Beharrungszustand übereinstimmen.

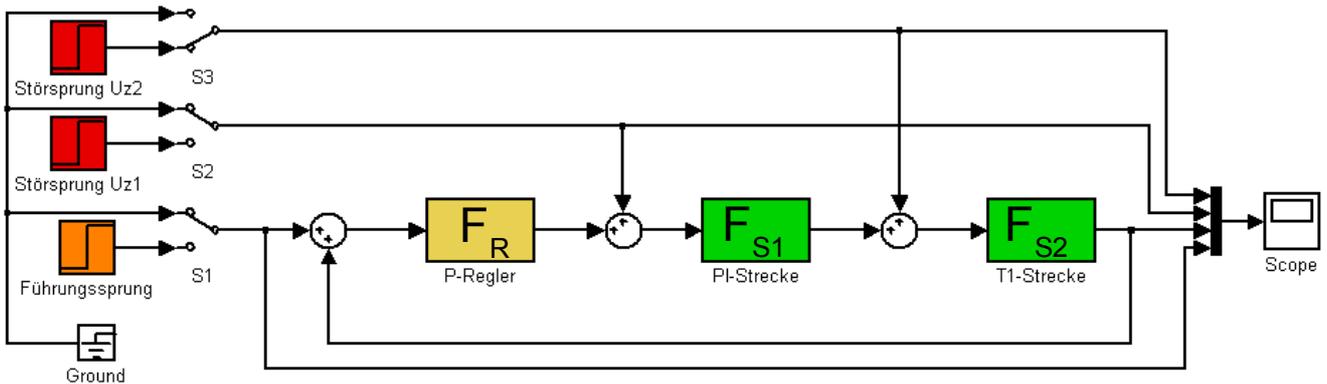


Abbildung 4.2.6a

$$F_R(s) = -1$$

$$K_{PR}(s) = 1$$

$$F_{S1}(s) = -1 \cdot \frac{1}{2 \cdot 10^{-3} s}$$

$$T_I = 2 \text{ms}$$

$$F_{S2}(s) = -1 \cdot \frac{1}{0.5 \cdot 10^{-3} s + 1}$$

$$K_{PS2} = 1 \quad T_{S2} = 5 \text{ms}$$

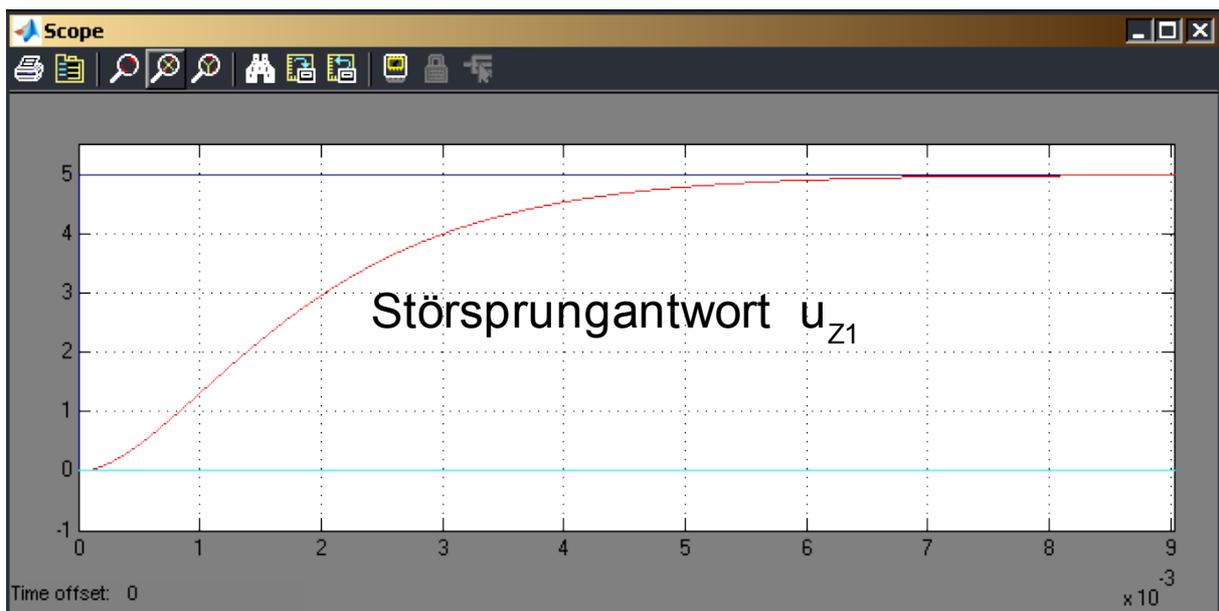


Abbildung 4.2.6b

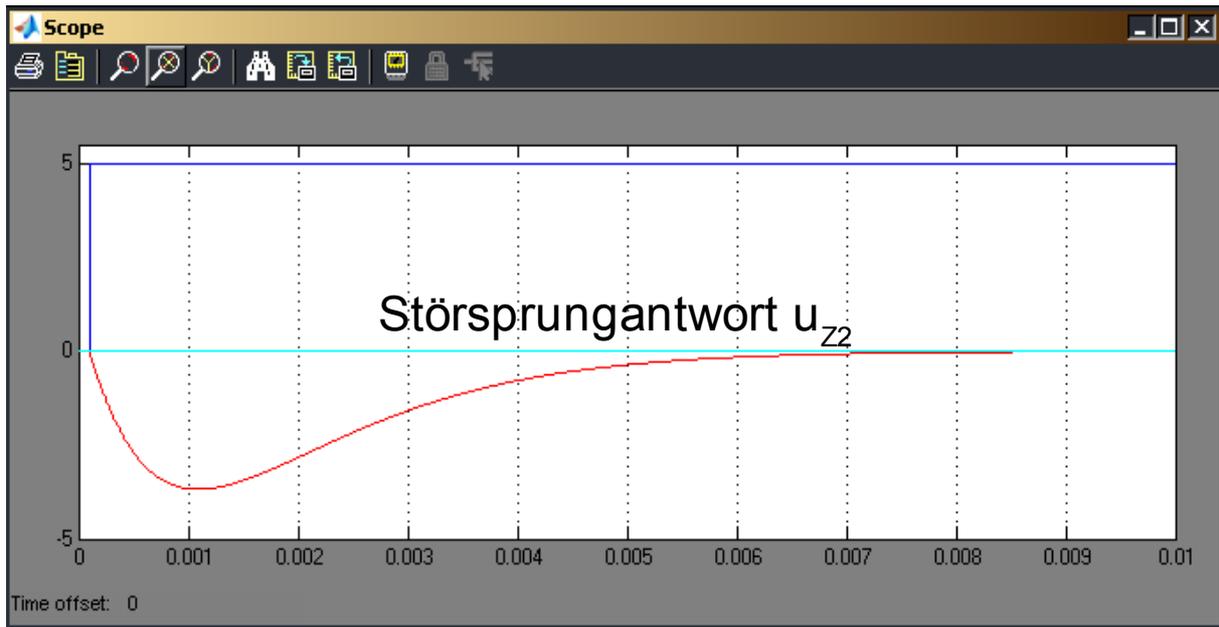


Abbildung 4.2.6c

Störungsort	Störsprungantworten $u_x(t)$ auf die Störung $u_z(t)=5 \cdot \sigma(t)$ [V]	Stationärer Wert (Beharrungszustand) $t \rightarrow \infty$
U_{Z1}	$u_x(t)=u_z \cdot \left[1 - \left(1 + \frac{t}{10^{-6}} \right) \cdot e^{-\frac{t}{10^{-6}}} \right]$	$u_x(t \rightarrow \infty) = 5 \text{ V}$
U_{Z2}	$u_x(t)=u_z \cdot \left[-100\text{V} \cdot t \cdot e^{-1000 \cdot t} \right]$	$u_x(t \rightarrow \infty) = 0 \text{ V}$

Beharrungswert für die Störung am Störungsort U_{Z1} :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u_x(t) = 5\text{V} - \frac{5\text{V}}{e^{\frac{t}{10^{-6}}}} \left(1 + 10^6 \cdot t \right) = 5\text{V} - \frac{5\text{V}}{e^{\frac{t}{10^{-6}}}} - \underbrace{\frac{5\text{V} \cdot 10^6 \cdot t}{e^{\frac{t}{10^{-6}}}}}_{\infty}$$

→ Grenzwertberechnung nach Bernoulli und de l'Hospital

Teilgleichung zur Grenzwertbestimmung:

$$\text{Teil von } U_x(t) = \frac{5\text{V} \cdot 10^6 \cdot t}{e^{\frac{t}{10^{-6}}}} \stackrel{\frac{f'}{g'}}{=} \frac{5\text{V} \cdot 10^6}{\frac{1}{10^{-6}} \cdot e^{\frac{t}{10^{-6}}}}$$

Gesamtgleichung:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u_X(t) = 5V - \frac{5V}{e^{\frac{\infty}{10^{-6}}}} - \frac{5V \cdot 10^6}{\frac{1}{10^{-6}} \cdot e^{\frac{\infty}{10^{-6}}}} = 5V - 0 - 0 = 5V$$

Beharrungswert für die Störung am Störungsort u_Z :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u_X(t) = u_Z \cdot [-100V \cdot t \cdot e^{-1000 \cdot t}] = u_Z \cdot \underbrace{\frac{-100V \cdot t}{e^{1000 \cdot t}}}_{\frac{\infty}{\infty}}$$

→ Grenzwertberechnung nach Bernoulli und de l'Hospital

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u_X(t) = u_Z \cdot \frac{-100V}{1000 \cdot e^{1000 \cdot \infty}} = 0$$