Versuch II mit Lösung

Ziel des zweiten Versuchs:

Berechnung, Simulation und Messung des Übertragungsverhaltens einer PT_2-Strecke und eines Regelkreises aus PT_2-Strecke und P-Regler.

2.1 Berechnung, Simulation und Messung des Frequenzgangs einer PT_2-Strecke

Mit der in der Abbildung 2.1 dargestellten Operationsverstärkerschaltung ist eine Regelstrecke zweiter Ordnung mit Ausgleich nachzubilden.

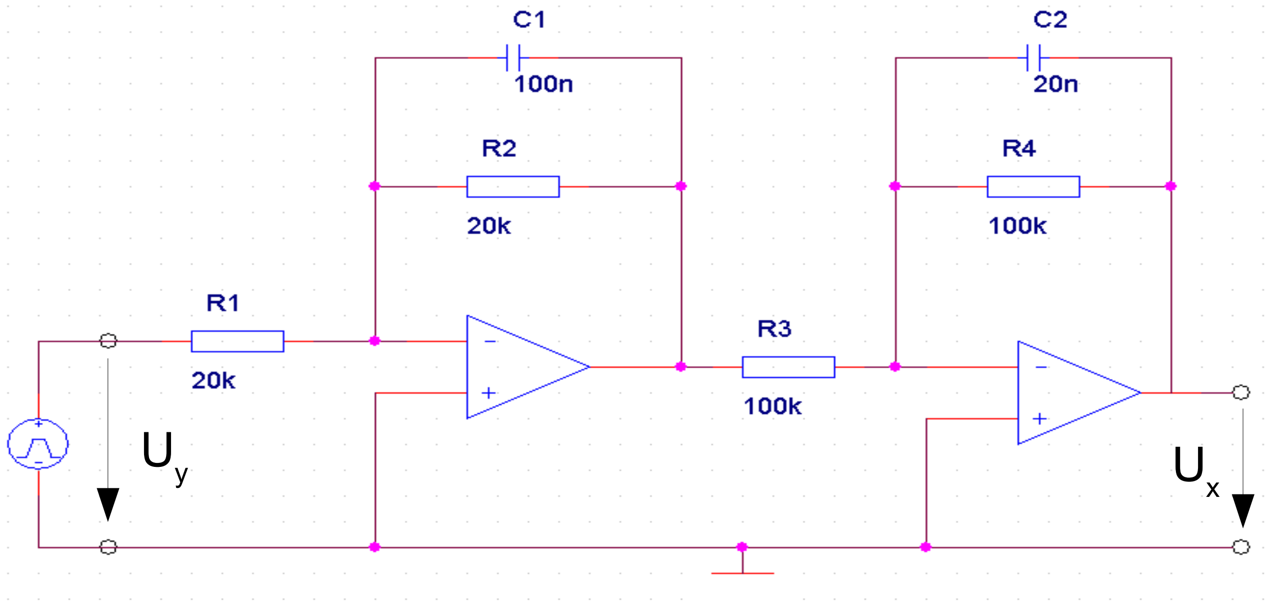


Abbildung 2.1: Nachbildung einer PT_2-Strecke

2.1.1 Berechnen Sie die Übertragungsfunktion des Stellverhaltens, geben Sie die

Zeitkonstanten T_{S1} und T_{S2} an und berechnen Sie die Werte für das Bode-Diagramm nach Betrag und Phase und tragen Sie die berechneten Werte in die Tabelle 2 ein.

$$U_X = F_{S1} \cdot F_{S2} \cdot U_Y$$

Zeitkonstanten:

$$F_{S1}(s) = -K_{PS1} \cdot \frac{1}{1+s T_{S1}} \qquad K_{PS1} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{20\text{k}\,\Omega}{20\text{k}\,\Omega} = 1 \qquad T_{S1} = R_2 \cdot C_1 = 20\text{k}\,\Omega \cdot 100\text{nF} = 2\text{ms}$$

$$F_{S2}(s) = -K_{PS2} \cdot \frac{1}{1+s T_{S2}} \qquad K_{PS2} = \frac{R_4}{R_5} = \frac{100\text{k}\,\Omega}{100\text{k}\,\Omega} = 1 \qquad T_{S2} = R_4 \cdot C_2 = 100\text{k}\,\Omega \cdot 20\text{nF} = 2\text{ms}$$

$$\frac{U_X}{U_Y}=F_S(s)=F_{S1}\cdot F_{S2}=\frac{-1}{1+sT_{S1}}\cdot\frac{-1}{1+sT_{S2}}$$

Übertragungsfunktion:

$$F_S(s)=\frac{1}{(1+sT_{S1})\cdot(1+sT_{S2})}$$

Da gilt $T_{S1}=T_{S2}=T_S\Rightarrow$ Übertragungsfunktion:

$$F_S(s)=\frac{1}{(1+sT_S)^2}=\frac{1}{1+s2Ts+(sT_S)^2}$$

Im Vergleich mit der allgemeinen Übertragungsfunktion ergibt sich:

$$\frac{K_{PS}}{1+s2DT_O+(sT_O)^2}\leftarrow Vergleich\rightarrow\frac{1}{1+s2Ts+(sT_S)^2}$$

$$\Rightarrow D=1\ ;\ T_O=T_S$$

aperiodischer Grenzfall

D: Dämpfungsgrad

T_O: Eigenzeitkonstante

Berechnung des Frequenzgangs:

$$F_S(j\omega)=\frac{1}{1+(j\omega T_S)^2}=\frac{1}{1+2\mathrm{j}\omega T_S-(\omega T_S)^2}=\frac{1}{1-(\omega T_S)^2+2\mathrm{j}\omega T_S}\quad;\quad s=j\omega$$

Trennung in Real- und Imaginärteil: $\frac{1}{z}=\frac{1}{x+jy}=\frac{x}{x^2+y^2}-j\frac{y}{x^2+y^2}$

$$\mathrm{Re}[F_S(j\omega)]=\frac{1-(\omega T_S)^2}{(1-(\omega T_S)^2)^2+(2\omega T_S)^2}=\frac{1-(\omega T_S)^2}{[1-2(\omega T_S)^2+(\omega T_S)^4]+4(\omega T_S)^2}=$$

$$\mathrm{Re}[F_S(j\omega)]=\frac{1-(\omega T_S)^2}{1+2(\omega T_S)^2+(\omega T_S)^4}=\frac{1-(\omega T_S)^2}{(1+(\omega T_S)^2)^2}$$

$$\mathrm{Im}\left[F_S(j\omega)\right]=\frac{-\omega 2\mathrm{T}_S}{(1+(\omega T_S)^2)^2}$$

Betrag:

$$\left|F_S(j\omega)\right|=\sqrt{\mathrm{Re}^2+\mathrm{Im}^2}=\sqrt{\left(\frac{1-(\omega T_S)^2}{(1+(\omega T_S)^2)^2}\right)^2+\left(\frac{-\omega 2\mathrm{T}_S}{(1+(\omega T_S)^2)^2}\right)^2}=\sqrt{\frac{1-2(\omega T_S)^2+(\omega T_S)^4+4(\omega T_S)^2}{\left(1+(\omega T_S)^2\right)^4}}$$

$$=\sqrt{\frac{1+2(\omega T_S)^2+(\omega T_S)^4}{\left(1+(\omega T_S)^2\right)^4}}=\sqrt{\frac{(1+(\omega T_S)^2)^2}{\left(1+(\omega T_S)^2\right)^4}}=\sqrt{\frac{1}{\left(1+(\omega T_S)^2\right)^2}}=\frac{1}{1+(\omega T_S)^2}$$

$$\left|F_S(j\omega)\right| \text{ in } dB =20\log\left(\frac{1}{1+(\omega T_S)^2}\right)=20\log(1)-20\log\left(1+(\omega T_S)^2\right)=-20\log\left(1+(\omega T_S)^2\right)$$

Phase:

$$\sphericalangle\varphi(\omega)=\arctan\left(\frac{\mathrm{Im}[F_S]}{\mathrm{Re}[F_S]}\right)=\arctan\frac{\frac{-\omega 2\mathrm{T}_S}{\cancel{(1+(\omega T_S)^2)^2}}}{\frac{1-(\omega T_S)^2}{\cancel{(1+(\omega T_S)^2)^2}}}=-\arctan\frac{\omega 2\mathrm{T}_S}{1-(\omega T_S)^2}$$

		Berechnete Werte		Gemessene Werte	
f in [Hz]	ω in [rad/sec]	|F(jω)| in [dB]	∢ F(jω) in [°]	|F(jω)| in [dB]	∢ F(jω) in [°]
0	0,0000	0,000	0,0000		
25	157,0796	0,818	-34,8812		
50	314,1593	2,89	-64,2838		
75	471,2389	5,521	-86,6076		
100	628,3185	8,229	-102,9762		
150	942,4778	13,166	-124,1066		
200	1256,6371	17,286	-136,6060		
250	1570,7963	20,724	-144,6864		
300	1884,9556	23,644	-150,2879		
350	2199,1149	26,169	-154,3815		
400	2513,2741	28,388	-157,4965		
450	2827,4334	30,364	-159,9431		
500	3141,5927	32,144	-161,9139		
550	3455,7519	33,763	-163,5344		

600	3769,9112	35,246	-164,8900		
650	4084,0704	36,614	-166,0404		
700	4398,2297	37,884	-167,0287		
750	4712,3890	39,068	-167,8868		
800	5026,5482	40,178	-168,6387		
850	5340,7075	41,221	-169,3031		
900	5654,8668	42,206	-169,8942		
950	5969,0260	43,138	-170,4235		
1000	6283,1853	44,023	-170,9003		
1500	9424,7780	51,036	-173,9264		
2000	12566,3706	56,023	-175,4430		

Tabelle 2: Bode-Diagramm

2.1.2 Simulation mit MATLAB

Erzeugen Sie ein .m-File, welches die Variablen für die Bauteilwerte und die Streckenparameter der Regelstrecke erzeugt. Zusätzlich sollen Objekte für die Teilübertragungsfunktionen $F_{s1}(s)$ und $F_{s2}(s)$ und die Gesamtübertragungsfunktion Fs(s) erzeugt werden.

Das Kommentargerüst des .m-Files soll dazu eine Hilfestellung geben.

```
%M-File zum Laborversuch II

%Bauteilwerte Fs1
R1=20e3
R2=20e3
C1=100e-9

%Bauteilwerte Fs2
R3=100e3
R4=100e3
C2=20e-9


%Streckenparameter aus Bauteilwerten berechnen
```

```
%Teilstrecke Fs1
Kps1=-(R2/R1)
Ts1=C1*R2

%Teilstrecke Fs2
Kps2=-(R4/R3)
Ts2=C2*R4
%Übertragungsfunktionen
%Übertragungsfunktion Teilsystem Fs1
Fs1=tf([Kps1],[Ts1,1])

 %Übertragungsfunktion Teilsystem Fs2
 Fs2=tf([Kps2],[Ts2,1])

%Gesamtübertragungsfunktion
  Fs=series(Fs1,Fs2)
```

Code 2: Kommentargerüst mit Lösung für das .m-File

2.1.3 Stellen Sie mit Hilfe der Control System Toolbox von MATLAB

das Bodediagramm nach Betrag und Phase dar. Überprüfen Sie die von Ihnen berechneten Werte mit dem erzeugten Bode-Diagramm.

```
bode(Fs,{0.1,15000})      %Bode Diagramm im Bereich von
                          % 0.1 bis 15000 anzeigen
grid on
```

Hinweis: Die x-Achse wird in <u>rad/sec</u> und nicht in Hz angezeigt.

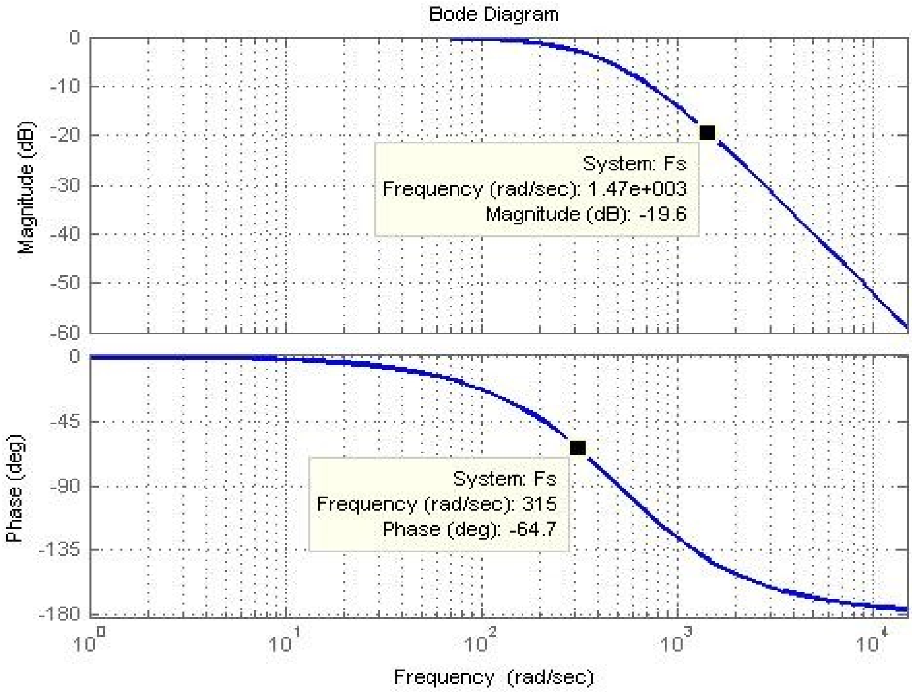


Abbildung 2.1.3a: Bodediagramm der Gesamtstrecke

2.1.4 Messen Sie den Frequenzgang der PT_2-Strecke nach Betrag und Phase.

Tragen Sie die Messwerte in Tabelle 2 ein. Vergleichen Sie die berechneten (simulierten) Werte mit Ihren Messergebnissen. Es ist $U_{eff} \approx 5V$ zu wählen. Für die Messung werden ein Funktionsgenerator, ein Oszilloskop, ein Frequenzmessplatz und eine Widerstandsdekade benötigt. Übertragen Sie die gemessenen Werte in Ihr mit MATLAB erzeugtes und ausgedrucktes Bode-Diagramm.

2.2 Berechnung und Messung der Stellsprungantwort (Übergangsfunktion)

2.2.1 Berechnen Sie die Sprungfunktion $u_y(t)=u_{y0}\cdot\sigma(t)$ für $u_{y0}=5\text{V}$

und vergleichen Sie diese mit der Stellsprungantwort einer PT_1-Strecke insbesondere für $t\rightarrow 0$.

$$u_{y0}\cdot\sigma \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; u_{y0}\cdot\frac{1}{s}$$

Übergangsfunktion: $$F_S(s)=u_{y0}\cdot\frac{1}{s}\cdot\frac{1}{\left(1+s\,T_S\right)^2}$$

Lt. Korrespondenztabelle Skript „Regelungstechnik 1“ S.5-9 Nr.59 gilt:

$$\frac{1}{s}\cdot\frac{1}{(1+sT_S)^2} \quad \bullet\!\!-\!\!\circ \quad 1-\left(1+\frac{t}{T_S}\right)\cdot e^{-\frac{t}{T_s}}$$

$$\Rightarrow u_x(t)=u_{y0}\cdot\left[1-\left(1+\frac{t}{T_s}\right)\cdot e^{-\frac{t}{T_s}}\right]$$

Stellsprungantwort der **PT$_1$**-Strecke:	Stellsprungantwort der **PT$_2$**-Strecke:
$u_x(t)=u_{y0}\cdot\left(1-e^{-\frac{t}{T_1}}\right)$	$u_x(t)=u_{y0}\cdot\left[1-\left(1+\frac{t}{T_s}\right)\cdot e^{-\frac{t}{T_s}}\right]$
$u_x(t=0)=u_{y0}\cdot\left(1-e^{-\frac{0}{T_1}}\right)=0$	$u_x(0)=u_{y0}\cdot\left[1-\left(1+\frac{0}{T_s}\right)\cdot e^{-\frac{0}{T_s}}\right]=0$

2.2.2 Simulation mit MATLAB.

Stellen sie die Sprungfunktion der PT$_2$- Strecke und der PT$_1$-Strecke aus Versuch 1 mit Hilfe der Control System Toolbox dar und vergleichen Sie das Ergebnis mit Ihrer Berechnung aus 2.2.1

PT1=tf([1],[0.002 1])	%PT1-Strecke eingeben
step(Fs,'r:',PT1, 'g')	%Darstellung der PT1-Srecke(rot gepunktet) und %PT2-Strecke(grün)
Legend('PT2','PT1')	%Legende einfügen
grid	%Raster einschalten

Befehlsfolge zur Darstellung der PT1- bzw. PT2-Strecke

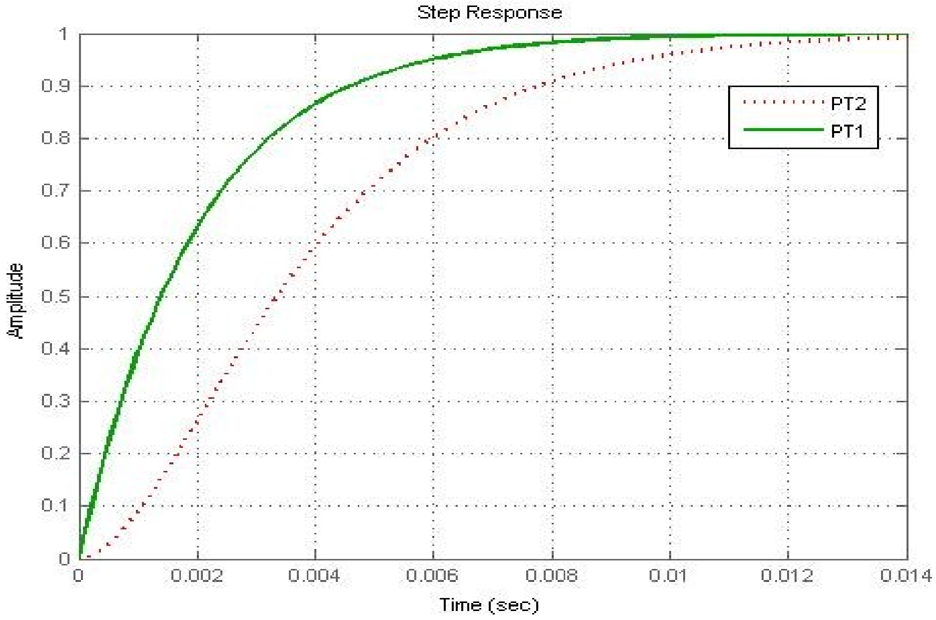


Abbildung 2.2.2a: Sprungantwort einer PT1- bzw PT2-Strecke

2.2.3 Messen Sie mit Hilfe einer Rechteckspannung

von $u_{y0} = 5\mathrm{V}$ die Stellsprungantwort der PT_2-Strecke und vergleichen Sie diese mit der Stellsprungantwort einer PT_1-Strecke aus dem Versuch I.

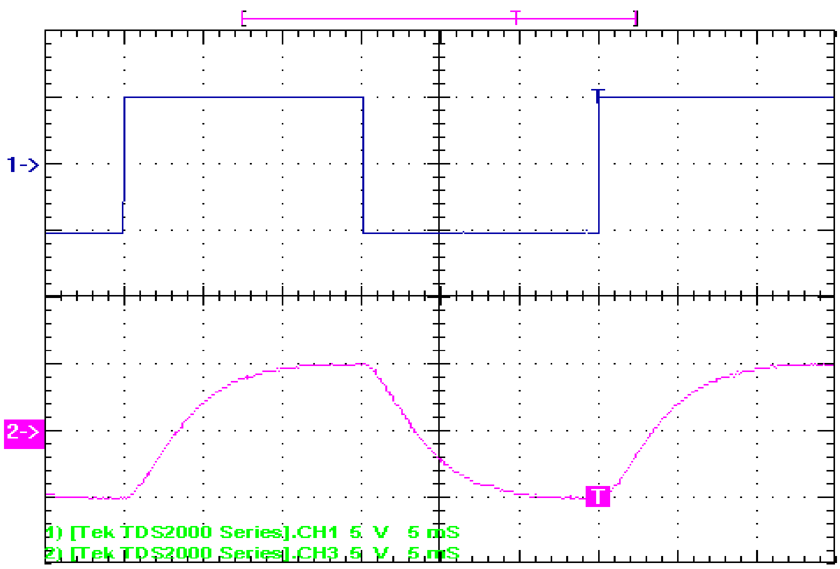


Abbildung 2.2.3a: Gemessene Sprungantwort einer PT_2-Strecke

2.3 Berechnung, Simulation und Messung der Sprungantwort des Führungsverhaltens

für den in Abbildung 2.3.1 dargestellten Regelkreis aus PT_2-Strecke und <u>P-Regler</u>.

2.3.1 Bauen Sie den in Abbildung 2.3.1 angegebenen Regelkreis auf.

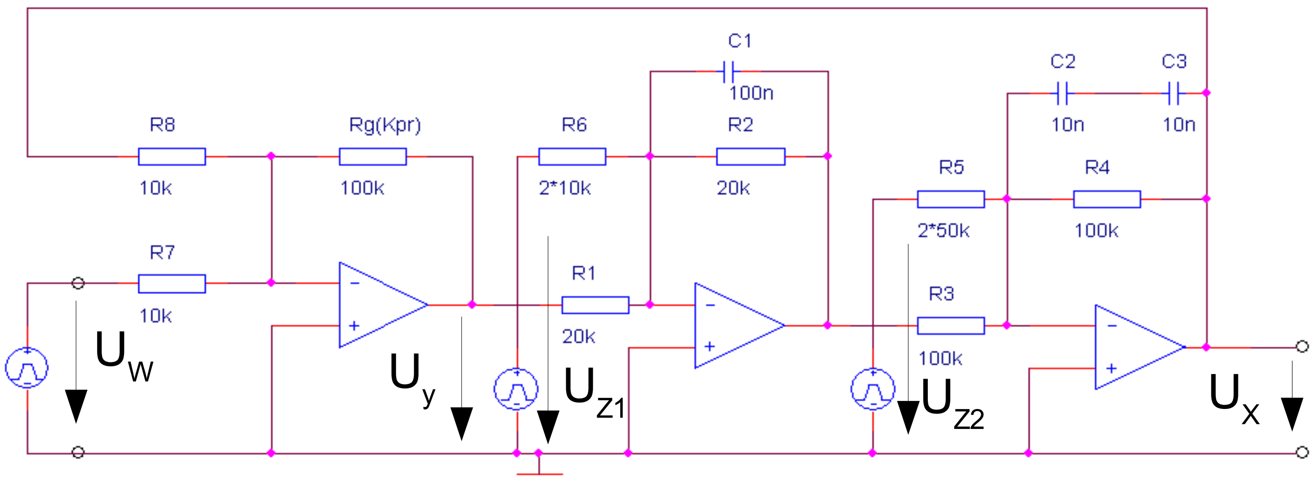
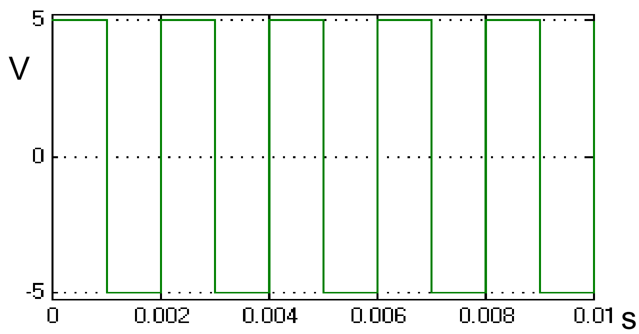


Abbildung 2.3.1: Regelkreis aus PT_2-Strecke und P-Regler

2.3.2 Berechnen Sie den Proportionalbeiwert K_{PR} des Reglers

für eine Sprungantwort des Führungsverhaltens nach dem aperiodischen Grenzfall mit $U_{W0} = 10\text{V}$.



Mit der Übertragungsfunktion der Strecke: $F_S(s) = \frac{1}{(1+s\,T_{S1})(1+s\,T_{S2})}$

und der Reglerübertragungsfunktion: $F_R = -K_{PR}$; $K_{PR} = \frac{R_g}{R_7}$

ergibt sich somit dieser Signalflussplan des Führungsverhaltens:

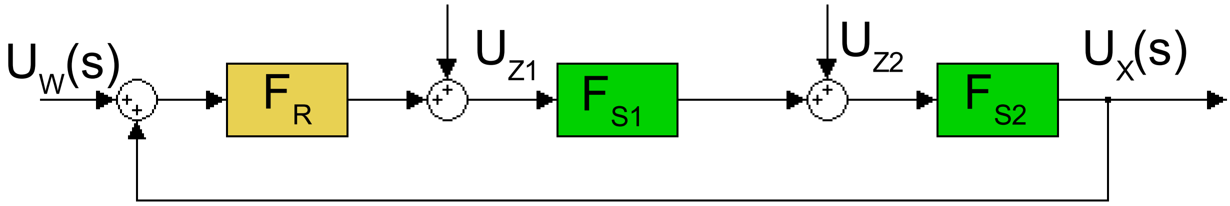


Abbildung 2.3.2a: Signalflussplan PT_2-Strecke und P-Regler

$$U_X(s)=\left[U_W(s)+U_X(s)\right]\cdot F_R\cdot F_{S1}\cdot F_{S2} \Leftrightarrow F_W(s)=\frac{U_X(s)}{U_W(s)}=\frac{F_R\cdot F_{S1}\cdot F_{S2}}{1-F_R\cdot F_{S1}\cdot F_{S2}}$$

$$F_W(s)=\frac{-K_{PR}\cdot\frac{1}{(1+sT_{S1})(1+sT_{S2})}}{1-\left[-K_{PR}\cdot\frac{1}{(1+sT_{S1})(1+sT_{S2})}\right]}=\frac{-K_{PR}}{(1+sT_{S1})(1+sT_{S2})+K_{PR}}=$$

$$=\frac{-K_{PR}}{1+s\cdot(T_{S1}+T_{S2})+s^2\cdot T_{S1}\cdot T_{S2}+K_{PR}}=\frac{-K_{PR}}{1+K_{PR}}\cdot\frac{1}{1+s\cdot\frac{(T_{S1}+T_{S2})}{1+K_{PR}}+s^2\cdot\frac{T_{S1}\cdot T_{S2}}{1+K_{PR}}}$$

Vergleich mit der allgemeinen Übertragungsfunktion :

Für den aperiodischen Grenzfall gilt: D=1

$$\frac{K_{PS}}{1+s2DT_O+(sT_O)^2} \quad \leftarrow Vergleich \rightarrow \quad \frac{1}{1+\frac{s\cdot(T_{S1}+T_{S2})}{1+K_{PR}}+\frac{s^2\cdot T_{S1}\cdot T_{S2}}{1+K_{PR}}} \quad \Rightarrow$$

$$2\mathrm{T}_0=\frac{T_{S1}+T_{S2}}{1+K_{PR}} \quad \text{und} \quad T_0^2=\frac{T_{S1}\cdot T_{S2}}{1+K_{PR}}$$

$$(T_0)^2=\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{T_{S1}+T_{S2}}{1+K_{PR}}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{1}{2}\cdot\frac{T_{S1}+T_{S2}}{1+K_{PR}}\right)^2=\frac{T_{S1}\cdot T_{S2}}{1+K_{PR}}$$

$$\frac{1+K_{PR}}{(1+K_{PR})^2}=\frac{4\mathrm{T}_{S1}\cdot T_{S2}}{(T_{S1}+T_{S2})^2}\Leftrightarrow 1+K_{PR}=\frac{T_{S1}^2+2\mathrm{T}_{S1}T_{S2}+T_{S2}^2}{4\mathrm{T}_{S1}\cdot T_{S2}}\Leftrightarrow K_{PR}=\frac{(T_{S1}-T_{S2})^2}{4\mathrm{T}_{S1}\cdot T_{S2}}$$

Bestimmung von T_{S1} und T_{S2} :

$$T_{S1}=20\mathrm{k}\,\Omega\cdot 100\mathrm{nF}=2\mathrm{ms} \quad ; \quad T_{S2}=100\mathrm{k}\,\Omega\cdot 5\mathrm{nF}=0{,}5\,ms$$

$$\Rightarrow \quad T_{S1}=4\cdot T_{S2}$$

Eingesetzt:

$$K_{PR}=\frac{(2\text{ms}-0{,}5\,ms)^2}{4\cdot 2\text{ms}\cdot 0{,}5\,ms}=0{,}5625=\frac{9}{16}$$

$$K_{PR}=\frac{R_g}{R_7}\Rightarrow R_g=K_{PR}\cdot R_7=0{,}5625\cdot 10\,k\,\Omega=5{,}625\,k\,\Omega$$

Vergleich mit Korrespondenztabelle, um in den Zeitbereich zu gelangen

Es gilt : D=1

$$F_W(s)=\frac{-K_{PR}}{1+K_{PR}}\cdot\frac{1}{1+\frac{s\cdot(T_{S1}+T_{S2})}{1+K_{PR}}+\frac{s^2\cdot T_{S1}\cdot T_{S2}}{1+K_{PR}}}=\frac{-\frac{9}{16}}{1+\frac{9}{16}}\cdot\frac{1}{1+\frac{s\cdot 5\cdot T_{S2}}{1+\frac{9}{16}}+\frac{s^2\cdot 4\cdot T_{S2}^2}{1+\frac{9}{16}}}=$$

$$=-\frac{\frac{9}{16}}{\frac{25}{16}}\cdot\frac{1}{1+\frac{s\cdot 5\cdot T_{S2}}{\frac{25}{16}}+\frac{s^2\cdot 4\cdot T_{S2}^2}{\frac{25}{16}}}=-\frac{9}{25}\cdot\frac{1}{1+\frac{s\cdot 16\cdot T_{S2}}{5}+\frac{s^2\cdot 64\cdot T_{S2}^2}{25}}=$$

$$=-\frac{9}{25}\cdot\frac{1}{1+\frac{s\cdot 2\cdot 8\cdot T_{S2}}{5}+\frac{s^2\cdot 64\cdot T_{S2}^2}{25}}=-\frac{9}{25}\cdot\frac{1}{\left(1+s\cdot\frac{8}{5}\cdot T_{S2}\right)^2}$$

$$F_W(s)=\frac{U_X(s)}{U_W(s)}=-0{,}36\cdot\frac{1}{1+s\cdot 1{,}6T_{S2}}\quad\Leftrightarrow\quad U_X(S)=U_W(s)\cdot(-0{,}36)\cdot\frac{1}{(1+s\cdot 1{,}6T_{S2})^2}$$

Sprung:

$$u_{W0}\cdot\sigma(t)\;\circ\!\!-\!\!\bullet\;u_{W0}\cdot\frac{1}{s}\qquad;\qquad u_{W0}=10\text{V}$$

$$X(S)=W(s)\cdot\frac{1}{s}\cdot(-0{,}36)\cdot\frac{1}{(1+s\cdot 1{,}6\,T_{S2})^2}$$

Aus Vergleich mit Korrespondenztabelle Skript 5-9 Nr:59

$$u_X(t) = -0{,}36 \cdot U_{W0}\left(1 - \left(1 + \frac{t}{1{,}6 \cdot T_{S2}}\right) \cdot e^{\frac{t}{1{,}6 \cdot T_{S2}}}\right) = -3{,}6 \cdot U_{W0}\left(1 - \left(1 + \frac{t}{1{,}6 \cdot T_{S2}}\right) \cdot e^{\frac{t}{1{,}6 \cdot T_{S2}}}\right)$$

2.3.3 Berechnen Sie den Wert u_{W0}, bei dem der Stellbereich $U_{yh} = \pm 13\text{V}$ gerade ausgesteuert wird.

Der Regler gelangt sofort in die Begrenzung, wenn beim Aufschalten eines Sprunges

$$U_W(t) = U_{W0} \cdot \sigma(t)$$

$|U_{W0}| \cdot K_{PR} = |U_{Yh}|$ ist. Damit wird

$$|U_{W0max}| = \frac{|U_{Yh}|}{K_{PR}} = \frac{13\text{V}}{0{,}56} = 23{,}11\,V$$

2.3.4 Simulieren Sie mit Hilfe der Control System Toolbox und der berechneten Werte die Sprungantwort des Führungsverhaltens.

```
%M-File zum Laborversuch II
%Sprungantwort des Fuehrungserhaltens

%Bauteilwerte Fr
Rg=5.625e3
R7=10e3

%Bauteilwerte Fs1
R1=20e3
R2=20e3
C1=100e-9

%Bauteilwerte Fs2
R3=100e3
R4=100e3
C2=5e-9
```

```
%Streckenparameter aus Bauteilwerten berechnen

%Teilstrecke Fs1
Kps1=-(R2/R1)
Ts1=C1*R2

%Teilstrecke Fs2
Kps2=-(R4/R3)
Ts2=C2*R4

%Regler
Kpr=-Rg/R7

%Übertragungsfunktionen
%Übertragungsfunktion Teilsystem Fs1
Fs1=tf([Kps1],[Ts1,1])

%Übertragungsfunktion Teilsystem Fs2
Fs2=tf([Kps2],[Ts2,1])

%Übertragungsfunktion Regler
Fr=tf([Kpr])

%Gesamtübertragungsfunktion
Fs=series(Fs1,Fs2)
Frs=series(Fr,Fs)

%Rückgekoppeltes System m.H. des Befehls feedback
Fw=feedback(Frs,-1)
```

Code 3: Kommentargerüst mit Lösung für das .m-File

```
step(Fw)            %Sprung ausführen
grid                %Raster ein
```

Befehlsfolge um einen Sprung auf die Übertragungsfunktion darzustellen

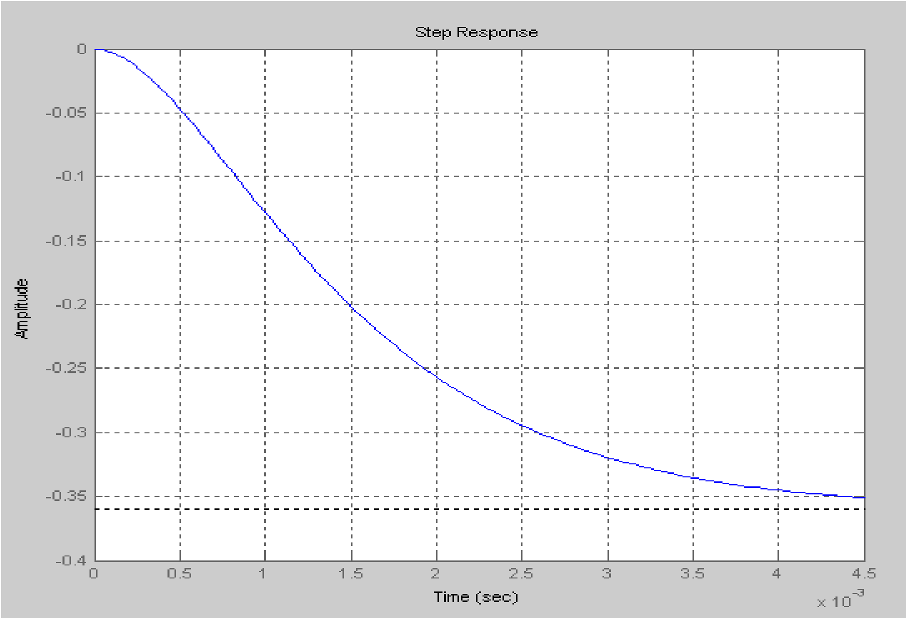


Abbildung 2.3.4a: Sprungantwort des Führungsverhaltens

2.3.5 Messen Sie nach Einstellung des berechneten Wertes

von K_{PR} und $u_{W0}=5\text{V}$ die Sprungantwort des Führungsverhaltens.

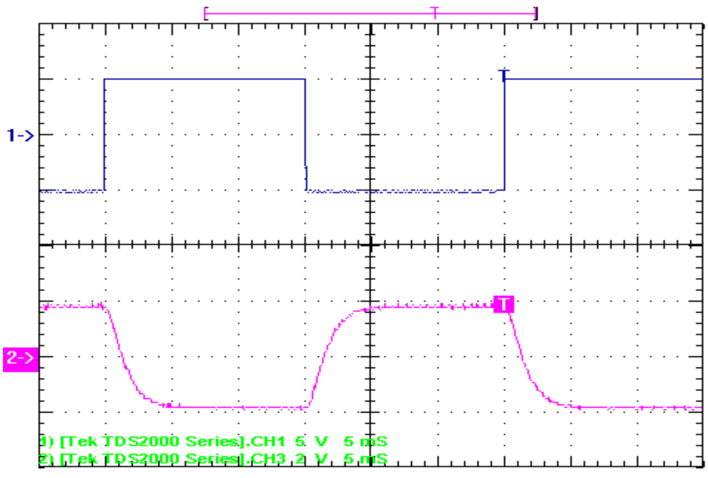


Abbildung 2.3.5.a: Gemessene Sprungantwort des Führungsverhaltens

2.3.6 Ändern Sie K_{PR} und beobachten Sie dabei die Veränderung

der Sprungantwort des Führungsverhaltens, sowie die Stellgröße

für $K_{PR} > 0{,}5625$ ergibt sich ein Überschwingen

für $K_{PR} < 0{,}5625$ ergibt sich aperiodisches Verhalten

2.4 Berechnung, Simulation und Messung der Sprungantwort des Störverhaltens

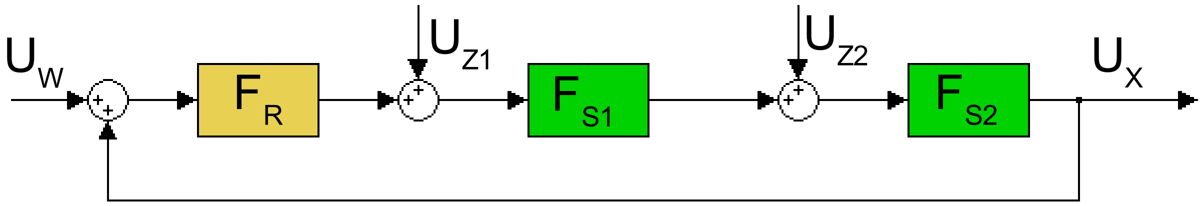


Abbildung 2.4: Signalflussplan PT_2-Strecke und P-Regler

2.4.1 Berechnen Sie mit dem vorher berechneten Wert für $\underline{K_{PR}}$ die Sprungantworten

des Störverhaltens, wenn ...

Bedingungen:

- Die Störspannungen u_{z1} bzw. u_{z2} sollen sich dabei sprungförmig ändern.
- Dabei gilt: $u_{Z10} = u_{Z20} = 5\text{V}$

2.4.1.1 ... für die Störung, die am Anfang der Regelstrecke auftritt (u_{z1})

$$U_W(s) = 0 \quad ; \quad U_{Z2}(s) = 0$$

Ansatz aus Signalflussplan:

$$(F_R \cdot U_X + U_{Z1}) \cdot F_{S1} \cdot F_{S2} = U_X \Leftrightarrow = U_X = U_X \cdot F_R \cdot F_{S1} \cdot F_{S2} + U_{Z1} \cdot F_{S1} \cdot F_{S2}$$

$$U_X = \frac{U_{Z1} \cdot F_{S1} \cdot F_{S2}}{1 - F_R \cdot F_{S1} \cdot F_{S2}} \Leftrightarrow \frac{U_X}{U_{Z1}} = F_{Z1} = \frac{F_{S1} \cdot F_{S2}}{1 - F_R \cdot F_{S1} \cdot F_{S2}}$$

mit

$$F_{S1}(s)\cdot F_{S2}(s)=F_S(s)=\frac{1}{(1+sT_{S1})(1+sT_{S2})} \quad \text{und} \quad F_R=-K_{PR}$$

$$F_{Z1}(s)=\frac{\frac{1}{(1+sT_{S1})(1+sT_{S2})}}{1-(-K_{PR})\cdot\frac{1}{(1+sT_{S1})(1+sT_{S2})}}=\frac{1}{(1+sT_{S1})(1+sT_{S2})+K_{PR}}$$

$$F_{Z1}(s)=\frac{1}{K_{PR}+1+s\cdot(T_{S1}+T_{S2})+s^2\cdot T_{S1}\cdot T_{S2}}=\frac{1}{1+K_{PR}}\cdot\frac{1}{\frac{s\cdot(T_{S1}+T_{S2})}{1+K_{PR}}+\frac{s^2\cdot T_{S1}\cdot T_{S2}}{1+K_{PR}}}$$

für $K_{PR}=0.5625=\frac{9}{16}$ und $T_{S1}=4\cdot T_{S2}$

$$F_{Z1}(s)=\frac{1}{1+\frac{9}{16}}\cdot\frac{1}{1+\frac{s\cdot 5\cdot T_{S2}}{1+\frac{9}{16}}+\frac{s^2\cdot 4\cdot T_{S2}^2}{1+\frac{9}{16}}}=\frac{1}{\frac{25}{16}}\cdot\frac{1}{1+\frac{s\cdot 5\cdot T_{S2}}{\frac{25}{16}}+\frac{s^2\cdot 4\cdot T_{S2}^2}{\frac{25}{16}}}=$$

$$=\frac{16}{25}\cdot\frac{1}{1+\frac{s\cdot 16\cdot T_{S2}}{5}+\frac{s^2\cdot 64\cdot T_{S2}^2}{25}}=\frac{16}{25}\cdot\frac{1}{1+\frac{s\cdot 2\cdot 8\cdot T_{S2}}{5}+\frac{s^2\cdot 64\cdot T_{S2}^2}{25}}=$$

$$F_{Z1}(s)=\frac{16}{25}\cdot\frac{1}{\left(1+\frac{s\cdot 8\cdot T_{S2}}{5}\right)^2}=0{,}64\cdot\frac{1}{(1+s\cdot 1{,}6\cdot T_{S2})^2}$$

Störungsprung:

$$u_{Z10}\cdot\sigma(t) \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; u_{Z10}\cdot\frac{1}{s}$$

$$u_X(s)=u_{Z10}\cdot 0{,}64\cdot\frac{1}{s}\cdot\frac{1}{(1+s\cdot 1{,}6\cdot T_{S2})^2}$$

Laut Korrespondenztabelle:

$$\frac{1}{s}\cdot\frac{1}{(1+sT_S)^2} \overset{59}{\circ\!\!-\!\!\bullet} 1-\left(1+\frac{t}{T_S}\right)\cdot e^{-\frac{t}{T_S}}$$

mit $u_{Z10}=5\text{V}$

$$\Rightarrow u_X(t)=u_{Z1}\cdot 0{,}64\cdot\left[1-\left(1+\frac{t}{1{,}6\cdot T_{S2}}\right)\cdot e^{-\frac{t}{1{,}6\cdot T_{S2}}}\right]=3{,}2\,V\cdot\left[1-\left(1+\frac{t}{1{,}6\cdot T_{S2}}\right)\cdot e^{-\frac{t}{1{,}6\cdot T_{S2}}}\right]$$

2.4.1.2 ... , wenn der Störort innerhalb der PT_2-Strecke liegt (u_{z2})

$$U_W(s)=0 \quad ; \quad U_{Z1}(s)=0$$

Ansatz aus Signalflussplan:

$$(U_X\cdot F_R\cdot F_{S1}+U_{Z2})\cdot F_{S2}=U_X \Leftrightarrow = U_X-U_X\cdot F_R\cdot F_{S1}\cdot F_{S2}=U_{Z2}\cdot F_{S2}$$

$$U_X=\frac{U_{Z2}\cdot F_{S2}}{1-F_R\cdot F_{S1}\cdot F_{S2}} \Leftrightarrow \frac{U_x}{U_{Z2}}=F_{Z2}=\frac{F_{S2}}{1-F_R\cdot F_{S1}\cdot F_{S2}}$$

mit

$$F_{S1}(s)=\frac{-1}{(1+s\,T_{S1})} \quad , \quad F_{S2}(s)=\frac{-1}{(1+s\,T_{S1})} \quad \text{und} \quad F_R=-K_{PR}$$

$$F_{Z2}=\frac{\frac{-1}{(1+s\,T_{S1})}}{1-(-K_{PR})\cdot\frac{-1}{(1+s\,T_{S1})}\cdot\frac{-1}{(1+s\,T_{S2})}}=\frac{-1}{1+sT_{S2}+\frac{K_{PR}}{1+sT_{S1}}}=$$

$$=\frac{-(1+sT_{S1})}{1+sT_{S1}+sT_{S2}+s^2\cdot T_{S1}\cdot T_{S2}+K_{PR}}=\frac{1}{1+K_{PR}}\cdot\frac{-(1+sT_{S1})}{1+s\cdot\frac{T_{S1}+T_{S2}}{1+K_{PR}}+s^2\cdot\frac{T_{S1}\cdot T_{S2}}{1+K_{PR}}}$$

für $K_{PR}=0.5625=\frac{9}{16}$ und $T_{S1}=4\cdot T_{S2}$

$$F_{Z2}(s)=\frac{1}{1+\frac{9}{16}}\cdot\frac{-(1+s4T_{S2})}{1+s\cdot\frac{5\cdot T_{S2}}{1+\frac{9}{16}}+s^2\cdot\frac{4\cdot T_{S2}^2}{1+\frac{9}{16}}}=\frac{16}{25}\cdot\frac{-(1+s4T_{S2})}{1+s\cdot\frac{5\cdot T_{S2}}{\frac{25}{16}}+s^2\cdot\frac{4\cdot T_{S2}^2}{\frac{25}{16}}}=$$

$$F_{Z2}(s)=-\frac{16}{25}\cdot\frac{1+s4T_{S2}}{1+s\cdot\frac{16\cdot T_{S2}}{5}+s^2\cdot\frac{64\cdot T_{S2}^2}{25}}=-\frac{16}{25}\cdot\frac{1+s4T_{S2}}{1+s\cdot\frac{2\cdot 8\cdot T_{S2}}{5}+s^2\cdot\frac{64\cdot T_{S2}^2}{25}}=$$

$$F_{Z2}(s)=-\frac{16}{25}\cdot\frac{1+s4T_{S2}}{\left(1+s\cdot\frac{8\cdot T_{S2}}{5}\right)^2}=-0{,}64\cdot\frac{1+s4T_{S2}}{(1+s\cdot 1{,}6\cdot T_{S2})^2}$$

Störungsprung

$$u_{Z20}\cdot\sigma(t)\ \circ\!\!-\!\!\bullet\ u_{Z20}\cdot\frac{1}{s}$$

$$u_X(s)=u_{Z20}\cdot(-0{,}64)\cdot\frac{1}{s}\cdot\frac{1+s4T_{S2}}{(1+s\cdot 1{,}6\cdot T_{S2})^2}$$ Hierzu ist keine Korrespondenz vorhanden,

deswegen Partialbruchzerlegung.

$$\frac{1}{s}\cdot\frac{1+s4T_{S2}}{(1+s\cdot 1{,}6\cdot T_{S2})^2}=\frac{A_1}{s}+\frac{A_2}{1+s\cdot 1{,}6\cdot T_{S2}}+\frac{A_3}{(1+s\cdot 1{,}6\cdot T_{S2})^2}$$

$$1+s4T_{S2}=A_1\cdot(1+s\cdot 1{,}6\cdot T_{S2})^2+A_2\cdot s\cdot(1+s\cdot 1{,}6.T_{S2})+A_3\cdot s$$

Wahl $s=0\Rightarrow A_1=1$

Wahl $s=-\frac{1}{1{,}6}\cdot T_{S2}\Rightarrow 1-\frac{4\cdot T_{S2}}{1{,}6\cdot T_{S2}}=-A_3\cdot\frac{1}{1{,}6\cdot T_{S2}}\Leftrightarrow A_3=-1{,}6\cdot T_{S2}+4\mathrm{T}_{S2}=2{,}4\cdot T_{S2}$

Wahl $s=1\Rightarrow 1+4\mathrm{T}_{S2}=(1+1{,}6\cdot T_{S2})^2+A_2(1+1{,}6\cdot T_{S2})+2.4\cdot T_{S2}$

$$A_2=\frac{1+4\mathrm{T}_{S2}-(1+1{,}6T_{S2})^2-2{,}4\,T_{S2}}{1+1{,}6T_{S2}}=\frac{1+1{,}6\,T_{S2}-(1+1{,}6\,T_{S2})^2}{1+1{,}6T_{S2}}=1-1-1{,}6\,T_{S2}=-1{,}6\,T_{S2}$$

einsetzen: $A_1=1$; $A_2=-1{,}6\,T_{S2}$; $A_3=2{,}4\,T_{S2}$

$$u_X(s)=u_{Z20}\cdot(-0{,}64)\cdot\frac{1}{s}\cdot\frac{1+s4T_{S2}}{(1+s\cdot 1{,}6\cdot T_{S2})^2}=u_{Z20}\cdot(-0{,}64)\cdot\left(\frac{1}{s}+\frac{-1{,}6\,T_{S2}}{1+s\cdot 1{,}6\cdot T_{S2}}+\frac{2{,}4\,T_{S2}}{(1+s\cdot 1{,}6\cdot T_{S2})^2}\right)$$

$$=u_{Z20}\cdot\left(\frac{-0{,}64}{s}+\frac{1{,}024\,T_{S2}}{T_{S2}\left(\frac{1}{T_{S2}}+s\cdot 1{,}6\right)}+\frac{-1{,}536\,T_{S2}}{T_{S2}^2\left(\frac{1}{T_{S2}}+s\cdot 1{,}6\right)^2}\right)=$$

$$=u_{Z20}\cdot\left(\frac{-0{,}64}{s}+\frac{1{,}024}{\frac{1}{T_{S2}}+s\cdot 1{,}6}+\frac{-1{,}536}{T_{S2}\left(\frac{1}{T_{S2}}+s\cdot 1{,}6\right)^2}\right)=$$

$$=u_{Z20}\cdot\left(\frac{-0{,}64}{s}+\frac{1{,}024}{1{,}6\left(\frac{1}{1{,}6\,T_{S2}}+s\right)}-\frac{1{,}536}{1{,}6^2\,T_{S2}\left(\frac{1}{1{,}6\,T_{S2}}+s\right)^2}\right)=$$

$$u_X(s)=u_{Z20}\cdot\left(\frac{-0{,}64}{s}+\frac{0{,}64}{\frac{1}{1{,}6\,T_{S2}}+s}-\frac{0{,}6}{T_{S2}\left(\frac{1}{1{,}6\,T_{S2}}+s\right)^2}\right)$$

Laut Korrespondenztabelle Skript „Regelungstechnik 1“ S.5-1 Nr.2 gilt:

$$\frac{0{,}64}{s}\bullet\!\!-\!\!\circ\, 0{,}64 \qquad (1)$$

Lt. Korrespondenztabelle Skript „Regelungstechnik 1“ S.5-3 Nr.17 gilt:

$$\frac{0{,}64}{\frac{1}{1{,}6\,T_{S2}}+s}\bullet\!\!-\!\!\circ\, 0{,}64\cdot e^{-\frac{t}{1{,}6\,TS_2}} \qquad (2)$$

Lt. Korrespondenztabelle Skript „Regelungstechnik 1“ S.5-4 Nr.25 gilt:

$$\frac{0{,}6}{T_{S2}\left(\frac{1}{1{,}6\,T_{S2}}+s\right)^2}\bullet\!\!-\!\!\circ\,\frac{0{,}6}{T_{S2}}\cdot t\cdot e^{-\frac{t}{1{,}6\,TS_2}} \qquad (3)$$

aus den Korrespondierenden 1, 2 und 3 folgt die Srörsprungantwort für u_{Z2} im Zeitbereich

$$u_X(t)=u_{Z20}\cdot\left(-0{,}64+0{,}64\cdot e^{-\frac{t}{1{,}6\,TS_2}}-\frac{0{,}6}{T_{S2}}\cdot t\cdot e^{-\frac{t}{1{,}6\,TS_2}}\right)$$

$$u_X(t)=u_{Z20}\cdot\left(-0{,}64+\left[0{,}64-\frac{0{,}6}{T_{S2}}\cdot t\right]\cdot e^{-\frac{t}{1{,}6\,TS_2}}\right)$$

2.4.2 Simulation mit Simulink

Erstellen Sie in Simulink ein Blockschaltbild, welches dem Regelkreis aus der Abbildung 2.3.1 entspricht.
Simulieren Sie die Sprungantworten mit den Werten aus den Aufgaben 2.3.2, 2.4.1.1 und 2.4.1.2 mit K_{PR}= 5,625.
Untersuchen Sie mit Hilfe der Simulation auch andere Werte für K_{PR}.

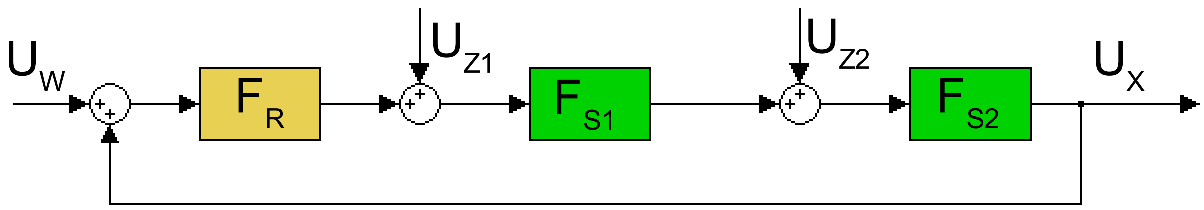


Abbildung 2.4.2: Signalflussplan PT_2-Strecke und P-Regler

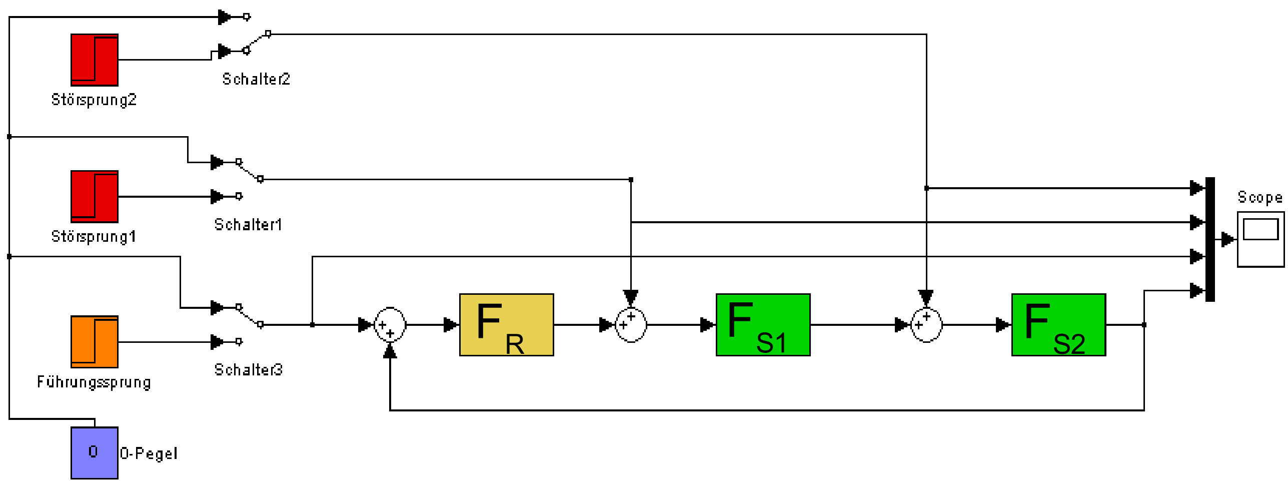


Abbildung 2.4.2a: Simulinkmodell des Regelkreises

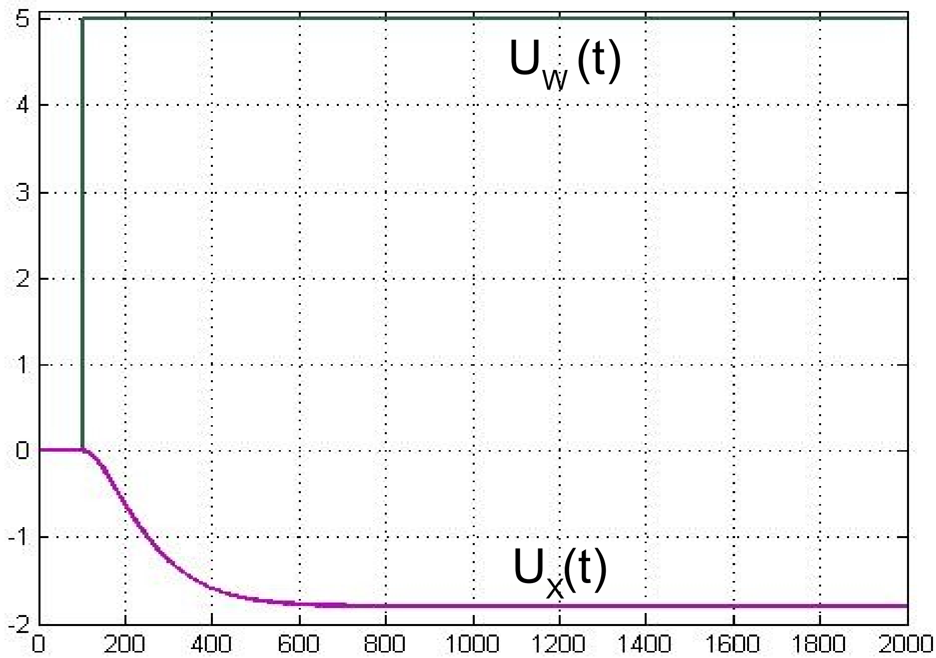


Abbildung 2.4.2b: Führungsverhalten des Regelkreises zu 2.3.2

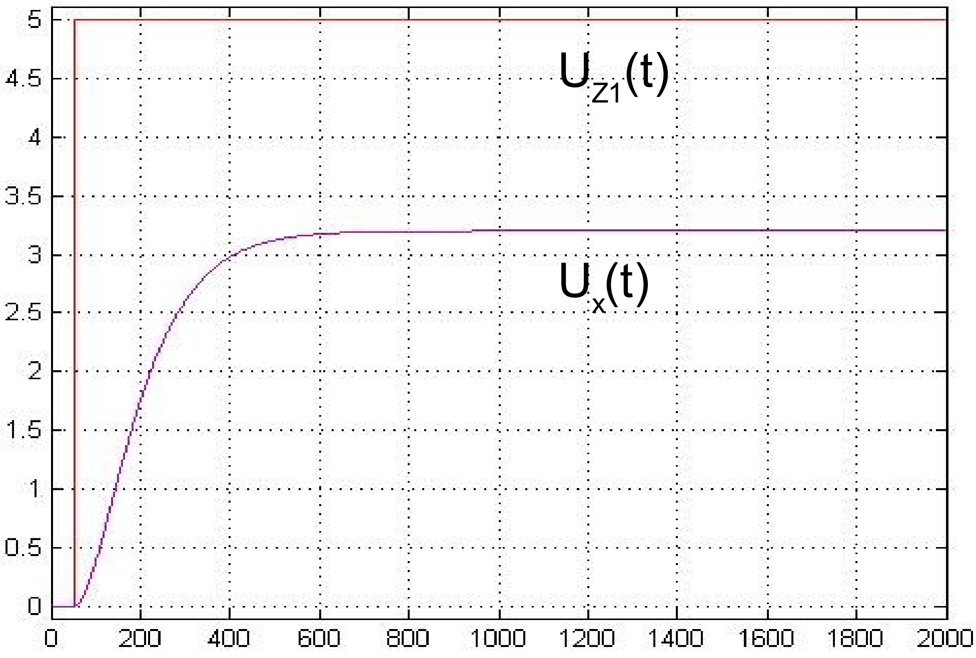


Abbildung 2.4.2c:Sprungantwort des Störverhaltens 1 zu 2.4.1.1

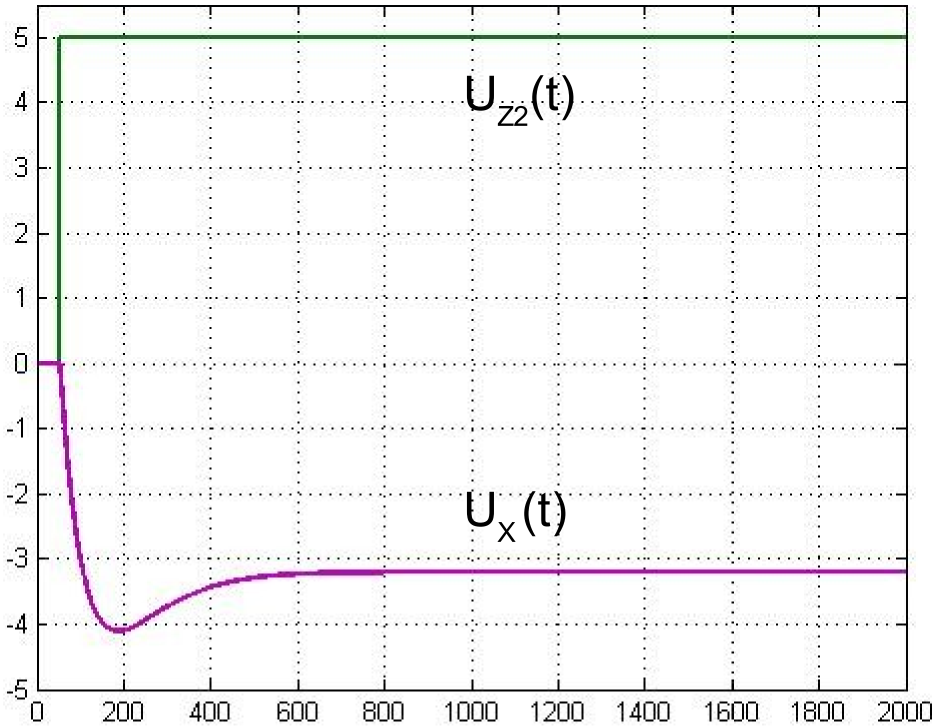


Abbildung 2.4.2d: Sprungantwort des Störverhaltens 2 zu 2.4.1.2

2.4.3 Messen Sie die Sprungantworten

des Störverhaltens 1 und 2 mit Hilfe einer Rechteckspannung von $U_{Z10} = U_{Z20} = 5\mathrm{V}$. Vergleichen Sie Ihre Messergebnisse mit Ihrer Rechnung.

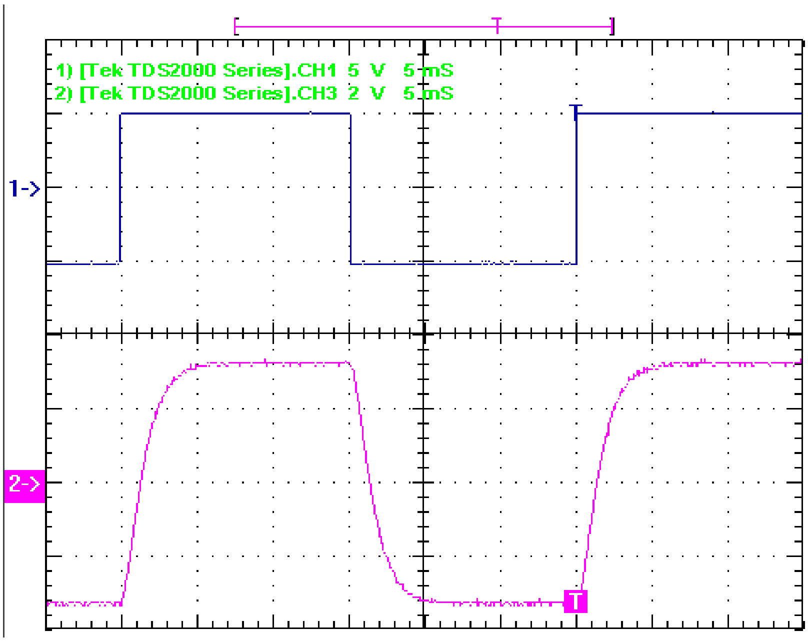


Abbildung 2.4.3a: Sprungantwort des Störverhaltens 1

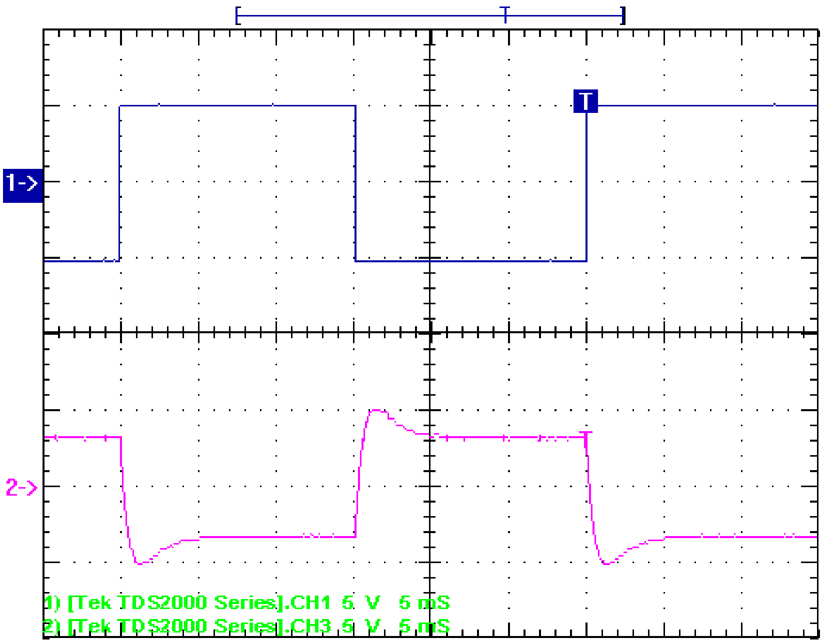


Abbildung 2.4.3a: Sprungantwort des Störverhaltens 2